

Экономическая теория

Многорегиональная модель экономики с ограниченными ожиданиями экономических агентов

Леонид Александрович Серков*ORCID: 0000-0002-3832-3978*

Кандидат физико-математических наук, доцент,
старший научный сотрудник, Институт экономики,
Уральское отделение Российской академии наук
(РФ, 620014, Екатеринбург, Московская ул., 29)
E-mail: serkov.la@uiec.ru

Аннотация

В статье анализируется поведение экономических агентов с ограниченной рациональностью в многорегиональной новой кейнсианской модели. В исследуемой модели в силу технологического суверенитета национальной экономики (макрорегиона) импортные ресурсы отдельных регионов наряду с трудовыми ресурсами являются факторами производства. Формирование ожиданий агентов происходит на основе эволюционного отбора среди относительно простых эвристик прогнозирования. Переключение ожиданий помогает объяснить координацию индивидуального поведения, приводящую к различным совокупным результатам. При этом индивиды изменяют свои стратегии с течением времени, основываясь на относительной эффективности прогнозирования эвристик. Весовые доли агентов, применяющих эти правила, изменяются эндогенно. Проведенные симуляционные эксперименты с исследуемой моделью переключения эвристик показали, что стабильность ее динамики, кроме параметров монетарной политики, существенным образом зависит от доли импорта в объеме выпускаемой продукции и от номинальной жесткости цен. Кроме того, эта стабильность зависит также от количества регионов, входящих в макрорегион, то есть от степени их интеграции. Номинальная жесткость региональных цен благоприятствует замещению труда импортной продукцией из других регионов и способствует стабильности динамики инфляции и разрыва выпуска. Жесткость цен снижает также волатильность инфляции, сдвигая коэффициент реакции инфляции в правиле Тейлора в сторону меньших значений. В настоящей статье получено и объяснено стабилизирующее значение интеграции регионов. Устойчивость равновесия траекторий исследуемых переменных анализируется также в контексте эволюционного механизма отбора различных эвристик. Полученный результат имеет практическое значение, которое заключается в том, что центральный банк может фактически достичь сходимости к устойчивому равновесию, управляя долей агентов с необходимыми для данного момента правилами ожидания, в частности управляя поведением агентов, связанным с адаптивными ожиданиями и ожиданиями экстраполяции тренда.

Ключевые слова: эволюционный отбор ожиданий, инфляция, разрыв выпуска, технологический суверенитет

JEL: D58

Economic Theory

Multiregional Model of the Economy With Limited Expectations of Economic Agents

Leonid A. Serkov

ORCID: 0000-0002-3832-3978

Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor,
Senior Research Fellow, Institute of Economics,
Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,^a
e-mail: serkov.la@ulec.ru

^a 29, Moskovskaya ul., Ekaterinburg, 620142, Russian Federation

Abstract

The article analyzes the behavior of economic agents with bounded rationality in a multiregional New Keynesian model in which the technological sovereignty of the national economy (macroregion) entails that resources imported from individual regions along with labor resources are factors of production. Evolutionary selection among relatively simple forecasting heuristics determines how agents' expectations are formed. Adjustment in expectations provides an explanation for the coordination of individual behavior, which brings about different aggregate results. Under this model, individuals adapt their strategies over time in response to the relative effectiveness of forecasting heuristics. The weighted shares of agents applying these rules change endogenously. Simulation experiments that applied such heuristic switching showed that the stability of the model's dynamics exhibits considerable dependence on the share of imports in the volume of output and on nominal price rigidity, as well as on the parameters of monetary policy. That stability also depends on the number of regions included in the macroregion, which affects their degree of integration. Nominal rigidity of regional prices favors the substitution of labor by imported products from other regions and contributes to stability in inflation dynamics and to the output gap. Price rigidity also reduces the volatility of inflation and therefore diminishes the inflation reaction coefficient under the Taylor rule. The article demonstrates and explains the stabilizing value of regional integration. The stability of the equilibrium between trajectories of the variables examined is also analyzed in relation to the evolutionary mechanism for selecting among various predictive heuristics. One important practical conclusion that emerges from this study is that the Central Bank can actually achieve convergence toward a stable equilibrium by managing the share of economic agents that subscribe to the expectation rules that are preferable at a certain point. In particular, the Central Bank can influence the behavior of agents derived from their expectations about adapting and about extrapolation of trends.

Keywords: evolutionary selection of expectations, inflation, output gap, stability of model trajectories, technological sovereignty

JEL: D58

Acknowledgements

This study has been undertaken as part of the research plan of the Institute of Economics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences.

Введение

Ожидания экономических агентов играют решающую роль в современной макроэкономической теории. Стандартные динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE-модели), используемые для научных исследований и анализа политики, обычно предполагают наличие репрезентативных полностью рациональных агентов [Muth, 1961]. Однако предположение о том, что все агенты в экономике полностью рациональны и способны определять согласованное с моделью ожидание динамики макропеременных, маловероятно. Множество исследований показало, что люди, как правило, реагируют не полностью рационально на окружающий их мир. Эти исследования варьируются от предоставления доказательств простых предубеждений до демонстрации неспособности людей работать с вероятностями и прогнозировать будущее экономическое поведение [Camerer et al., 2011]. Более того, основанное на эволюционных аргументах утверждение, что поведение, отклоняющееся от однородного решения рациональных ожиданий, будет со временем вытеснено с рынков, не выдержало критики [Brock, Hommes, 1997; De Grauwe, 2012a; 2012b; Driscoll et al., 2014].

В настоящей статье рассматривается нестандартная новая кейнсианская многорегиональная макроэкономическая модель в рамках поведенческих ожиданий. Она является расширенной версией модели, описанной в [McCallum, Nelson, 2001], в которой предполагались репрезентативность агентов и рациональность их ожиданий. В исследуемой модели в силу технологического суверенитета национальной экономики (макрорегиона) регионы не взаимодействуют с внешним миром и импортные ресурсы со стороны отдельных регионов наряду с трудовыми ресурсами являются факторами производства в каждом отдельном регионе. В статье изучается совокупное макроэкономическое поведение агентов в условиях региональной интеграции, вытекающее из альтернативных предположений о формировании ожиданий. Исследуемая поведенческая модель формирования ожиданий представляет собой эвристическую модель переключения, разработанную в течение длительного времени на основе исследований (в основном микроэкономических), изучающих, как люди формируют ожидания и как они адаптируют их с течением времени. Модели такого рода хорошо подходят для описания динамики ожиданий с использованием как данных опросов, так и экспериментальных данных [Branch, 2004; Hommes, 2021; Hommes et al., 2019].

Под термином «регион» будет пониматься выделенная территория внутри федеративного государства или внутри террито-

рии, объединяющей несколько регионов (макрорегион), обладающая целостностью и общностью экономических, политических и институциональных признаков¹. Так как в дальнейшем предполагается тестирование модели на данных российской экономики, то термин «регион» будет рассматриваться как синоним субъекта РФ.

Статья имеет следующую структуру: в первом разделе приводится обзор литературы; второй раздел посвящен описанию модели и формированию ожиданий; в третьем исследуется устойчивость траекторий инфляции и разрыва выпуска исследуемой модели, а также эволюционный отбор среди четырех эвристик прогнозирования, объясняющий эту устойчивость; в заключении подводятся итоги исследования.

1. Обзор литературы

Подавляющее большинство публикаций, исследующих много-региональные модели, посвящено анализу монетарной и фискальной политики стран еврозоны с помощью DSGE-моделей с рациональными ожиданиями агентов. Например, в работе [Badarau, Levieuge, 2011] этот вид модели позволяет продемонстрировать, как заданный симметричный шок вызывает циклические расхождения внутри гетерогенного валютного союза. Авторы показывают, что общая денежно-кредитная политика способствует усилению циклических расхождений по сравнению с денежно-кредитной политикой, которая проводилась бы на национальном уровне.

В работе [Konôrková, 2019] DSGE-модель оценивается для стран разных размеров, и обнаруживается, что существуют две области нестабильности равновесия, которые охватывают 11 из 19 членов европейского валютного союза. Согласно полученным результатам, размер страны имеет значение и влияет на стабильность равновесия.

Основное отличие настоящей работы от существующих исследований валютных союзов, не предполагающих полной рациональности экономических агентов [Bonam, Goy, 2019; De Grauwe, Ji, 2017; Kobielarz, 2017; Torój, 2010], заключается в том, что все модели, рассмотренные в этих публикациях, построены для двух экономических субъектов, а представленная в данной статье мо-

¹ Исходя из этого определения рассматриваемая в статье совокупность регионов России ввиду их ограниченного суверенитета во многом отличается от объединения стран внутри одного валютного союза. Последние сохраняют суверенитет в большинстве аспектов, кроме монетарной политики. Но при грубой аппроксимации рассматриваемая в публикации модель может описывать также страны внутри одного валютного союза.

дель является моделью с несколькими регионами внутри одного макрорегиона с единой монетарной политикой.

Есть и другие отличия. Так, в работе [Toró, 2010] анализируются валютные союзы в рамках различных однородных поведенческих правил формирования ожиданий. Переключения между правилами нет, и неоднородность есть только в случаях, когда половина агентов являются полностью рациональными. В [Toró, 2010] показано, что макроэкономическая волатильность выше, когда ожидания нерациональны. Кроме того, в этом исследовании также доказывается, что валютные союзы могут демонстрировать нестабильную экономическую динамику при поведенческих ожиданиях.

В [De Grauwe, Ji, 2017] показано, что бизнес-циклы среди индустриальных стран сильно коррелируют, и предлагается поведенческая макроэкономическая модель двух стран, в которой синхронизация бизнес-циклов производится эндогенно. Авторы приводят интересные и интуитивно понятные агрегированные уравнения, но без микрообоснований для них. Основной канал синхронизации в их модели происходит через распространение «животных духов», то есть волн оптимизма и пессимизма, которые коррелируют на международном уровне. Авторы обнаруживают, что это распространение происходит даже при относительно низких уровнях торговой интеграции без корреляции экзогенных шоков для генерации синхронизации.

В [Jang, 2015] рассматриваются эффекты ограниченно рациональных ожиданий на деловой цикл в двухстрановой новой кейнсианской модели. Эвристика прогнозирования в модели, которая анализируется в [De Grauwe, 2011], расширена, и эффекты гетерогенных агентов включены в открытую экономику. В результате модель способна объяснить групповое поведение на основе результатов прогнозирования, что оказывает значительное влияние на динамику выпуска и инфляции в двух странах. Результаты моделирования показывают, что гетерогенность в групповом поведении и номинальная жесткость цен, а также умеренная степень международной торговли усиливают побочные эффекты на международные деловые циклы, что приводит к высоким перекрестным корреляциям в выпуске и инфляции.

В [Kobielarz, 2017] моделируется небольшая страна, присоединяющаяся к большой стране, чтобы сформировать валютный союз. Основное внимание в этой статье уделяется небольшой присоединяющейся стране. Ожидания формируются посредством постоянного обучения параметрам уравнений модели. Различные начальные условия, представляющие разную историю экономических переменных до присоединения к валютному

союзу, могут затем препятствовать сходимости к новому устойчивому состоянию.

В [Bonam, Goy, 2019] агенты формируют ожидания, выполняя рекурсивный алгоритм наименьших квадратов для оценки параметров уравнений модели. В условиях валютного союза экономическая динамика может различаться в разных странах из-за региональных различий в инфляции и проциклического канала реальной процентной ставки, однако стабильность, как правило, обеспечивается за счет эндогенной корректировки реального обменного курса. Скорость корректировки зависит, в частности, от того, как агенты формируют ожидания. Авторы предлагают модель, в которой ожидания агентов в значительной степени основаны на внутренних переменных и в меньшей степени — на внешних. Они показывают, что такое внутреннее смещение в ожиданиях усиливает канал реальной процентной ставки и приводит к тому, что шоки, характерные для конкретной страны, порождают более крупные и более продолжительные макроэкономические дисбалансы.

Единственная публикация, анализирующая поведение многих стран в валютном союзе с ограниченно рациональными агентами, — работа [Akvile et al., 2020]. В ней исследовалась стандартная новая кейнсианская модель, в которой единственным фактором производства являлись трудовые ресурсы. Полученные результаты показывают, что устойчивость равновесия зависит от уровня экономической интеграции, а эффективность денежно-кредитной политики в отсутствие экономической интеграции является низкой.

Среди отечественных публикаций, анализирующих много-региональные системы, следует отметить работу [Суслов и др., 2018]. В этой статье в рамках коалиционного анализа доказывалось, что устойчивость функционирования политического, экономического или торгового объединения регионов определяется тем, насколько выгодным для себя полагают членство в этом союзе его субъекты. В зависимости от преобладающих оценок могут происходить полный распад многорегиональных систем, расширение или сокращение состава участников, а также сохранение статус-кво. Интенсивность межрегионального обмена используется как показатель степени межрегиональной интеграции экономической системы. В работе [Суслов, 2011] доказывалась неправомочность критики межотраслевых моделей. Приводятся общие сведения о межотраслевых моделях пространственного развития и их спецификациях. В статьях [Джурка, 2021; 2024] рассматриваются проблемы измерения пространственных мультипликаторов на базе многорегиональ-

ных моделей экономических взаимодействий. В качестве базы для сравнения используются межрегиональные балансы Японии. Расчеты показали, что в многорегиональных системах действуют компенсационные механизмы обратных связей, в результате чего явной пропорциональной зависимости между количеством используемой при построении балансов фактической информации о межрегиональной торговле и точностью оценок пространственных мультипликаторов не обнаруживается. В исследовании [Дужински и др., 2018] подчеркивается, что результаты равновесного и межотраслевого моделирования экономических многорегиональных систем взаимно дополняют и модифицируют друг друга. Комплекс из двух моделей позволяет решать структурные проблемы экономики, вопросы устойчивости и качества переходных процессов, разрабатывать сценарии экономической политики и оценивать эффективность ее проведения.

В отличие от всех вышеприведенных публикаций в предлагаемой статье исследуется многорегиональная модель с ограниченно рациональными агентами и с переключением ожиданий, то есть агенты выбирают правила из группы простых правил прогнозирования или эвристик. Предполагается, что регионы находятся в одном макрорегионе, обладающем технологическим суверенитетом. Таким образом, регионы обмениваются между собой ресурсами, в результате чего объем выпуска продукции зависит от двух факторов — труда и импорта сырья и промежуточных продуктов из других регионов.

Научной новизной предлагаемой в настоящей статье модели является, во-первых, нестандартность макроэкономической модели взаимодействия регионов, а во-вторых, то, что устойчивость равновесия траекторий исследуемых переменных анализируется в контексте эволюционного механизма отбора различных эвристик.

2. Описание модели и формирование ожиданий экономических агентов

Описание модели

Исследуемая многорегиональная модель является расширенной версией новой кейнсианской модели с номинальными жесткими ценами и гибкими заработными платами, описанной в [McCallum, Nelson, 2001]. В этой публикации исследовалась однорегиональная модель с рациональными ожиданиями агентов. Аналогичная модель, но с ограниченной рациональ-

ностью агентов рассматривалась в [Серков, 2024]. В отличие от этих моделей в предлагаемой многорегиональной модели в силу технологического суверенитета национальной экономики (или макрорегиона) регионы не взаимодействуют с внешним миром² и импортные ресурсы со стороны отдельных регионов наряду с трудовыми ресурсами являются факторами производства в каждом отдельном регионе. В качестве макрорегиона может выступать, например, федеральный округ. Для упрощения модели, как и в модели из [McCallum, Nelson, 2001], предполагается, что домашние хозяйства потребляют только домашние товары и продукты (произведенные в этом регионе), то есть в данной модели импорт в отдельном регионе со стороны других регионов рассматривается не в качестве готовых потребительских товаров, а как сырьевые ресурсы или промежуточные товары для производственного процесса отдельной региональной экономики.

Особенностью предлагаемой модели является то, что все переменные в ней выражены относительно аналогичных переменных при гибких ценах. Уравнения модели записаны в лог-линеаризованном виде относительно стационарного состояния. Агрегированное уравнение Эйлера для потребления c_t^i домашних хозяйств i -го региона ($i \in N$) в период t , полученное из условий первого порядка, имеет вид³:

$$c_t^i = \bar{E}_t^i c_{t+1}^i - b_1^i \times (R_t - \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i - r_{n,t}^i) + \mu_t^i \quad (1)$$

где $\mu_t^i \sim N(0, (\sigma_\mu^i)^2)$, R_t — номинальная процентная ставка (единая для всех регионов), π_t^i — ценовая инфляция i -го региона, μ_t^i — шок потребления i -го региона, параметр b_1^i — эластичность межвременного замещения, $\bar{E}_t^i$ — оператор, характеризующий ограниченную рациональность агентов i -го региона, усредненный по всем возможным эвристикам⁴ (в данном случае по четырем правилам), $r_{n,t}^i$ — естественная процентная ставка, пропорциональная $\bar{E}_t^i \Delta y_{t+1}^{n,i}$ [Серков, 2024], где Δ — оператор разности, $y_t^{n,i}$ — объем выпуска при гибких ценах.

Как отмечалось выше, в исследуемой модели импорт является промежуточным продуктом. Производственная функция фирм, выпускающих промежуточный дифференцированный продукт j ($j \in [0, 1]$) в отдельном i -м регионе $Y_t^i(j)$, является

² Автором рассматривалась также более громоздкая версия модели с экзогенно заданным взаимодействием регионов с внешним миром. При этом качественные результаты моделирования не изменились.

³ В дальнейшем лог-линеаризованные переменные обозначаются строчными буквами, а исходные переменные в уровнях — прописными.

⁴ Более подробно об ожиданиях агентов — в следующем разделе.

CES-функцией с постоянной эластичностью замещения между трудом и импортом⁵:

$$Y_t^i = \left[(1 - \alpha^i) \times (A_t^i \times N_t^i)^{\sigma^i} + \alpha^i \times (IM_t^i)^{\sigma^i} \right]^{\frac{1}{\sigma^i}}, \quad (2)$$

где σ^i — эластичность замещения между трудом и импортной составляющей в объеме выпуска i -го региона, $(1 - \alpha^i)$ — доля трудовых ресурсов N_t^i , A_t^i — шок производительности труда (серийно коррелированный в логарифмическом выражении), α^i — доля импортируемых ресурсов IM_t^i в объеме выпуска i -го региона. Так как все переменные в модели выражены относительно аналогичных переменных при гибких ценах, то Y_t^i является разрывом выпуска.

Условие максимизации прибыли при заданных значениях индекса потребительских цен, стоимости трудовых и импортных ресурсов имеет вид:

$$\max_{\{N_t^i, IM_t^i\}} P_t^i \times Y_t^i - P_{N,t}^i \times N_t^i - P_{IM,t}^i \times IM_t^i \quad (3)$$

при условии (2). В выражении (3) P_t^i — индекс потребительских цен, $P_{N,t}^i$ — цена трудовых ресурсов (зарплата), $P_{IM,t}^i$ — стоимость импорта для i -го региона.

Условие первого порядка при максимизации прибыли приводит к следующему выражению для функции спроса на импортные ресурсы:

$$IM_t^i = \alpha^i \times \left(\frac{P_{IM,t}^i}{P_t^i} \right)^{-\sigma^i} \times Y_t^i. \quad (4)$$

Лог-линеаризация уравнения (4) приводит к следующему выражению функции спроса imp_t^i на импорт:

$$imp_t^i = y_t^i - \sigma^i \times s_t^i, \quad (5)$$

$$s_t^i = p_t^* - p_t^i. \quad (6)$$

В уравнениях (5)–(6) переменная s_t^i является аналогом условий торговли между регионом, входящим в макрорегион, и i -м регионом, p_t^i, p_t^* — индексы цен производителей в отдельных регионах⁶ (домашние хозяйства потребляют только продукцию собственного производства).

Аналогично функция спроса на экспортные товары и услуги из i -го региона со стороны соседних регионов имеет вид:

$$\exp_t^i = y_t^{*i} + \sigma^i \times s_t^i, \quad (7)$$

⁵ В дальнейшем индекс j будет опускаться.

⁶ Индекс i относится к рассматриваемому (домашнему) региону, индекс $*$ — к соседним регионам.

где exp_t^i — экспорт продукции из i -го региона в остальные регионы, y_t^{*i} — объем выпуска продукции в регионе, импортирующем товары и услуги из i -го региона. При этом эластичности замещения σ^i при экспорте и импорте принимаются равными.

Ресурсное ограничение для исследуемой модели имеет вид:

$$y_t^i = \omega_1^i \times c_t^i + \omega_2^i \times g_t^i + \omega_3^i \times \text{exp}_t^i, \quad (8)$$

где g_t^i — государственные расходы, $\omega_1^i \dots \omega_3^i$ — стационарные значения отношений соответствующих переменных к объему выпуска.

В соответствии с принципами новой кейнсианской модели цены в отдельном регионе не являются гибкими. Согласно модели, описанной в [Rotemberg, 1982], те, кто устанавливает цены, сталкиваются с квадратичными издержками для изменения цен по сравнению с ценами предыдущего периода. При получении кривой Филлипса автор настоящей статьи придерживался полуклассического подхода, изложенного в работе [McCallum, Nelson, 1998].

Решение динамической задачи минимизации общих межвременных издержек для фирм отдельного региона, корректирующих свои цены в период t , приводит к уравнению кривой Филлипса:

$$\pi_t^i = \beta \times \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i + \kappa_p^i \times y_t^i + u_t^i, u_t^i \sim N(0, (\sigma_u^i)^2), \quad (9)$$

где u_t^i — ценовой шок предложения⁷, зависящий от цены на импортную продукцию. В отличие от шока производительности труда этот шок не является серийно коррелированным. Коэффициент κ_p^i обратно пропорционален издержкам, связанным с изменением цены, $\bar{E}_t^i$ — оператор ожиданий агентов относительно переменной (в данном случае инфляции) в отдельном i -м регионе, y_t^i — разрыв выпуска между фактическим и потенциальным объемами производства товаров и услуг. Как будет показано ниже, цена импортного продукта в явном виде входит в потенциальный объем производства (уравнение (12)).

Замыкает систему уравнений правило Тейлора для номинальной процентной ставки R_t (единой для всех регионов):

$$R_t = \phi_\pi \times \bar{\pi}_t + \phi_y \times \bar{y}_t + \eta_t, \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad (10)$$

где η_t — серийно некоррелированный шок монетарной политики, $\bar{\pi}_t, \bar{y}_t$ — усредненные по всем рассматриваемым регионам значения инфляции и разрыва выпуска.

⁷ Вклад в stagflation нефтяного шока середины 70-х годов прошлого века потребовал включения в уравнение показателя шоковых изменений предложения, которые повышают темпы инфляции независимо от колебаний спроса и инфляционных ожиданий.

Следуя работе [Серков, 2024], редуцируем систему уравнений (1)–(11) к двум уравнениям, соответствующим уравнению спроса IS и кривой Филлипса. В уравнении (1) фигурирует естественная процентная ставка $r_{n,t}^i$, пропорциональная $\bar{E}_t^i \Delta y_{t+1}^{n,i}$, где $y_t^{n,i}$ — потенциальный объем выпуска в i -м регионе. Поэтому необходимо найти выражение для потенциального объема выпуска.

Лог-линеаризованное уравнение (2) для потенциального объема выпуска $y_t^{n,i}$ в предположении неэластичности предложения труда со стороны домашних хозяйств при потенциальном объеме выпуска, когда задействованы все трудовые ресурсы, имеет вид:

$$y_t^{n,i} = (1 - \chi^i) \times a_t^i + \chi^i \times im_t^i. \quad (11)$$

В уравнении (11) коэффициент $\chi^i = \alpha^i \times \left(\frac{IM^{i,ss}}{y^{i,ss}} \right)^{\sigma^i}$, где $\left(\frac{IM^{i,ss}}{y^{i,ss}} \right)$ — доля импорта в объеме выпуска промежуточного продукта в отдельном регионе в стационарном детерминированном состоянии. В уравнении (11) серийно коррелированный шок производительности труда a_t^i изменяется в соответствии с авторегрессионным процессом первого порядка:

$$a_t^i = \rho_a^i \times a_{t-1}^i + \varepsilon_t^{a,i}, \varepsilon_t^{a,i} \sim N(0, (\sigma_a^i)^2).$$

Из уравнений (5) и (11) получаем равновесный потенциальный объем выпуска:

$$y_t^{n,i} = a_t^i - \frac{\sigma^i \times \chi^i \times s_t^i}{(1 - \chi^i)}. \quad (12)$$

Соответственно, редуцированная система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} y_t^i = & \bar{E}_t^i y_{t+1}^i - \omega_1^i \times b_1^i \times [\phi_\pi \times \bar{\pi}_t + \phi_y \times \bar{y}_t - \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i] + \\ & + \left[\frac{\sigma^i \times \chi^i}{(1 - \chi^i) \times b_1^i \times \omega_1^i} \times \bar{E}_t^i (\pi_{t+1}^{*i} - \pi_{t+1}^i) \right] - \\ & - \omega_3^i \times (\bar{E}_t^i y_{t+1}^{*i} - y_t^{*i}) + \omega_3^i \times \sigma^i \times (\bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i - \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^{*i}) + \mu_t^i. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\pi_t^i = \beta \times \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i + \kappa_p^i \times y_t^i + u_t^i. \quad (14)$$

В уравнении (13) явный вид шока потребления имеет вид:

$$\mu_t^i = \frac{1}{\omega_1^i \times b_1^i} \times (\bar{E}_t^i a_{t+1}^i - a_t^i) - \omega_2^i \times (\bar{E}_t^i g_{t+1}^i - g_t^i) - \omega_1^i \times b_1^i \times \eta_t. \quad (15)$$

В уравнении (15) переменная g_t^i является экзогенной серийно коррелированной и подчиняется авторегрессионному процессу первого порядка:

$$g_t^i = \rho_g^i \times g_{t-1}^i + \varepsilon_t^{g,i}, \varepsilon_t^{g,i} \sim N(0, \sigma_g^{2,i}).$$

Уравнение (13) получено с учетом того, что

$$\bar{E}_t^i s_{t+1}^i - s_t^i = \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^{*i} - \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i. \quad (16)$$

В матричной форме уравнения (13)–(14) можно записать в виде⁸:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t+1}^e + \mathbf{R}\boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (17)$$

В уравнении (17) $\mathbf{x}_t$ — вектор — матрица переменных $y_t^1 \dots y_t^N, \pi_t^1 \dots \pi_t^N$ размерности $2N \times 1$, $\mathbf{A}, \mathbf{R}$ — матрицы размерности $2N \times 2N$, $\mathbf{x}_{t+1}^e$ — вектор — матрица ожиданий переменных $y_{t+1}^1 \dots y_{t+1}^N, \pi_{t+1}^1 \dots \pi_{t+1}^N$ размерности $1 \times 2N$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ — вектор — матрица шоков $\mu_t^1 \dots \mu_t^N, u_t^1 \dots u_t^N$ размерности $2N \times 1$.

Формирование ожиданий экономических агентов

Временная эволюция совокупных экономических переменных, таких как инфляция и разрыв выпуска, зависит от рыночных ожиданий отдельных агентов. Как уже отмечалось выше, неоклассическая экономическая теория предполагает, что люди формируют ожидания рационально, тем самым заставляя цены следовать экономическим фундаментальным показателям и приводя к эффективному распределению ресурсов. Однако лабораторные эксперименты показали, что агенты не ведут себя полностью рационально, а следуют простым эвристикам.

В исследуемой имитационной модели агенты выбирают правила из группы простых правил прогнозирования или эвристик. Выбор эвристик регулируется эволюционным механизмом отбора, основанным на принципе, что более успешные стратегии привлекают больше последователей. Эффективность стратегии измеряется накопленными (отрицательными) квадратами ошибок прогнозирования.

В выборе различных эвристик автор настоящей публикации придерживался работ [Anufriev, Hommes, 2012; Hommes et al., 2019]. Для того чтобы сделать модель максимально простой, но достаточно богатой для объяснения различных наблюдаемых ценовых моделей, выбраны четыре эвристики. В основе каждой эвристики лежит своя поведенческая интерпретация. Уравнения эвристик представлены в табл. 1.

⁸ Ввиду ограниченного формата публикации явный вид матриц не приводится. Вид матриц может быть выслан по требованию.

Т а б л и ц а 1

Набор эвристик для исследуемой модели

T a b l e 1

Set of Heuristics for the Model

Обозначение эвристики	Наименование	Уравнение прогноза
ADA	Adaptive rule	$x_{1,t+1}^e = 0,65x_{t-1} + 0,35 \times x_{1,t}^e \quad (18)$
WTR	Weak trend-following rule	$x_{2,t+1}^e = x_{t-1} + 0,4 \times (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (19)$
STR	Strong trend-following rule	$x_{3,t+1}^e = x_{t-1} + 1,3 \times (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (20)$
LAA	Anchoring and adjustment rule	$x_{4,t+1}^e = 0,5 \times (x_{t-1}^{av} - x_{t-1}) + (x_{t-1} - x_{t-2}) \quad (21)$

Примечания: 1. В качестве обобщенной переменной x_t выступает уровень инфляции π_t и разрыв выпуска y_t . 2. x_{t-1}^{av} — усредненное значение наблюдаемой переменной вплоть до момента времени $t-1$.

Источник: составлено автором на основе [Anufriev, Hommes, 2012; Hommes et al., 2019].

Первая эвристика — это правило адаптивных ожиданий (ADA), использующее средневзвешенное значение между последней наблюдаемой рыночной ценой и последним индивидуальным прогнозом. Следует обратить внимание, что в момент, когда прогнозируется значение переменной x_{t+1}^e , значение переменной x_t^e еще неизвестно (уравнение (1)), а последнее наблюдаемое значение переменной — x_{t-1} .

Вторая и третья эвристики — это правила следования за трендом, экстраполирующие слабый или сильный тренд соответственно. Они просто предсказывают последний наблюдаемый уровень цен, кратный последнему наблюдаемому изменению цен, и различаются только величиной фактора экстраполяции. В случае правила слабого тренда (WTR) этот фактор мал и равен 0,4. В случае правила сильного тренда (STR) этот фактор равен 1,3.

Четвертая эвристика (LAA) немного сложнее. Она объединяет среднее предсказание последней наблюдаемой цены и оценку долгосрочного равновесного уровня цен с экстраполяцией последнего изменения цены.

Таким образом, исследуемая имитационная модель основана на эволюционном переключении между четырьмя эвристиками прогнозирования, обусловленном прошлой относительной эффективностью эвристик. Эвристики, которые были более успешными в прошлом, привлекают больше последователей. Хотя агенты могут использовать простые правила для прогнозирования будущей инфляции и разрыва выпуска, на выбор таких правил

накладывается определенная дисциплина, чтобы избежать полностью нерационального поведения. В частности, вводится механизм выбора, который дисциплинирует выбор эвристик агентами в соответствии с критерием пригодности. Это позволяет агентам учиться на прошлых ошибках и выбирать эвристики, которые хорошо себя зарекомендовали в прошлом.

Выбор конкретного набора эвристик (табл. 1) мотивирован эмпирическими основаниями. Эти эвристики были получены в описании типичного индивидуального поведения при прогнозировании, наблюдаемого в работах [Hommes et al., 2005; 2008].

Мера пригодности U_h определенной стратегии прогноза h агентами определяется как:

$$U_h = \theta \times U_{h,t-2} - (x_{h,t-1}^e - x_{t-1})^2, \quad (22)$$

где θ ($0 \leq \theta \leq 1$) — параметр памяти, измеряющий относительный вес, который агенты придают прошлым ошибкам эвристики h . Эффективность прогноза полностью определяется самой последней ошибкой прогнозирования при $\theta = 0$. При $0 \leq \theta \leq 1$ эффективность зависит от всех прошлых ошибок прогнозирования с экспоненциально уменьшающимися весами или с равными весами, если $\theta = 1$. Если все агенты одновременно обновляют правило прогнозирования, которое они используют, то долю агентов, выбирающих правило h в каждом периоде t , при общем числе стратегий H можно описать:

$$n_{h,t} = \frac{\exp(\gamma \times U_{h,t-1})}{\sum_{h=1}^H \exp(\gamma \times U_{h,t-1})}. \quad (23)$$

Мультиномиальное логарифмическое выражение в уравнении (23) получено в работе [Brock, Hommes, 1997]. Параметр $\gamma \geq 0$, называемый «интенсивность выбора», отражает чувствительность агентов к выбору оптимальной стратегии прогнозирования в соответствии с мерой пригодности U_h . Если $\gamma = 0$, и $n_{h,t}$ является постоянным для всех h , то это означает, что агенты не проявляют никакой готовности учиться на прошлых результатах. Если $\gamma = \infty$, то все агенты принимают наилучшую эвристику с вероятностью 1.

Модель обучения агентов в уравнении (23) была расширена в работах [Diks, Van der Weide, 2005; Hommes et al., 2005] для включения асинхронного обновления, чтобы допустить возможность того, что не все агенты обновляют свое правило в каждом периоде. Это дает обобщенную версию уравнения (20):

$$n_{h,t} = \delta \times n_{h,t-1} + (1 - \delta) \times \frac{\exp(\gamma \times U_{h,t-1})}{\sum_{h=1}^H \exp(\gamma \times U_{h,t-1})}. \quad (24)$$

Параметр $0 \leq \delta \leq 1$ отражает персистентность в принятии агентами стратегий прогнозирования и может быть интерпретирован как средняя доля индивидуумов, которые в каждом периоде придерживаются своей предыдущей стратегии.

Еще раз нужно отметить, что описанная четырехэвристическая модель имеет наилучшую эмпирическую поддержку (она хорошо соответствует данным в экспериментах по обучению прогнозированию как на рынках финансовых активов, так и в макроэкономике).

Вышеприведенные уравнения в табл. 1 относятся к обобщенной переменной однорегиональной модели. Для многорегиональной экономики усредненные ожидания агентов относительно разрыва выпуска в i -м регионе равны:

$$\bar{E}_t^i y_{t+1}^i = \sum_{h=1}^H n_{h,t}^{y,i} \times y_{h,t+1}^{e,i} \quad (25)$$

где $n_{h,t}^{y,i}$ — доля агентов, выбирающих правило h для разрыва выпуска в каждом периоде t в i -м регионе при общем числе стратегий H [Akville et al., 2020]. Соответственно, усредненные инфляционные ожидания агентов в i -м регионе равны:

$$\bar{E}_t^i \pi_{t+1}^i = \sum_{h=1}^H n_{h,t}^{\pi,i} \times \pi_{h,t+1}^{e,i} \quad (26)$$

В общем случае доли агентов, выбирающих определенные эвристики, используемые в эвристической модели переключения, различны для прогнозируемых переменных в разных регионах. В уравнениях исследуемой модели также присутствуют ожидания в i -м регионе относительно инфляции и разрыва выпуска в других регионах. В данном исследовании предполагается, что средние ожидания в регионе i относительно инфляции и разрыва выпуска в регионе k равны средним ожиданиям этих переменных в регионе k . В частности, для инфляции:

$$\begin{aligned} \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^{*i} &= \frac{1}{\sum_{k \neq i} \varpi_k} \times \sum_{k \neq i} \varpi_k \times \bar{E}_t^i \pi_{t+1}^k = \\ &= \frac{1}{\sum_{k \neq i} \varpi_k} \times \sum_{k \neq i} \varpi_k \times \bar{E}_t^k \pi_{t+1}^k. \end{aligned} \quad (27)$$

Соответственно для разрыва выпуска:

$$\begin{aligned} \bar{E}_t^i y_{t+1}^{*i} &= \frac{1}{\sum_{k \neq i} \varpi_k} \times \sum_{k \neq i} \varpi_k \times \bar{E}_t^i y_{t+1}^k = \\ &= \frac{1}{\sum_{k \neq i} \varpi_k} \times \sum_{k \neq i} \varpi_k \times \bar{E}_t^k y_{t+1}^k. \end{aligned} \quad (28)$$

В уравнениях (27)–(28) ϖ_k — весовые факторы каждого региона, равные доли валового регионального продукта отдельного региона относительно объема выпуска в макрорегионе.

3. Результаты исследования и их обсуждение

Анализируемая многорегиональная модель с переключением эвристик является нелинейной. Поэтому важно исследовать устойчивость равновесного состояния этой модели в различных параметрических пространствах. Кроме того, необходимо понять, как эволюционный отбор среди приведенных выше четырех эвристик прогнозирования может объяснить устойчивость и стабильность равновесия модели.

Анализ динамики исследуемой модели проводился с использованием симуляционных экспериментов. Значения параметров при этих симуляциях приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Значения симуляционных параметров исследуемой модели

T a b l e 2

Simulation Parameter Values of the Model

Параметр	Значение
φ_{π}	Варьируется в интервале [1,2–2] ^a
φ_y	0,5
$\kappa_p^1 = \dots \kappa_p^N = \kappa_p$	Варьируется в интервале [0,03–2] ^a
$\alpha^1 = \dots \alpha^N = \alpha$	Варьируется в интервале [0,03–2] ^a
$\left(\frac{IM^{i,ss}}{Y^{i,ss}}\right)$	0,11
$\sigma^1 = \dots \sigma^N = \sigma$	0,5
$b_1^1 = \dots b_1^N$	1,0
β	0,99
$\omega_1^1 = \dots \omega_1^N$	0,6
$\omega_2^1 = \dots \omega_2^N$	0,2
$\omega_3^1 = \dots \omega_3^N$	0,2
$\delta^1 = \dots \delta^N$	0,8
$\theta^1 = \dots \theta^N$	0,7
$\gamma^1 = \dots \gamma^N$	0,4
$\varpi_1 = \dots \varpi_N$	1
ρ_a	0,7
ρ_g	0,7
$(\sigma^1)_u^2 = \dots (\sigma^N)_u^2$	(0,01)2
σ_{η}^2	(0,01)2
$(\sigma^1)_a^2 = \dots (\sigma^N)_a^2$	(0,01)2
$(\sigma^1)_g^2 = \dots (\sigma^N)_g^2$	(0,01)2

^a Объяснение выбора данных интервалов приведено далее в тексте.

Источник: составлено автором на основе работы [McCallum, Nelson, 2001].

Анализ устойчивости исследуемой модели

Проведенные симуляционные эксперименты с исследуемой многорегиональной моделью переключения эвристик показали, что стабильность ее динамики, кроме параметров монетарной политики (ϕ_π, ϕ_y), существенным образом зависит от доли импорта в объеме выпускаемой продукции α^i и от номинальной жесткости цен κ_p^i . Кроме того, эта стабильность зависит также от количества регионов, входящих в макрорегион, то есть от степени их интеграции.

Исследуемая поведенческая эвристическая модель переключения ожиданий не позволяет провести локальный анализ устойчивости. Поэтому стабильность динамики определялась по процедуре, предложенной в работе [Akville et al., 2020], то есть динамические процессы считаются стабильными, если отсутствуют значительные отклонения от равновесного стационарного состояния. При этом временные ряды, моделирующие разрыв выпуска и инфляцию, считаются нестабильными, если среднее значение (рассчитанное по всем регионам) абсолютных систематических (не шоковых⁹) отклонений этих переменных от устойчивого состояния превышает 10% хотя бы один раз при каждой симуляции. Количество симуляций при этом равнялось 1000. При проведении всех симуляций в этом и в следующем разделах значения варьируемых параметров для всех регионов принимались равными, то есть $\alpha^1 = \dots \alpha^N = \alpha, \kappa_p^1 = \dots \kappa_p^N = \kappa_p, \sigma^1 = \dots \sigma^N = \sigma$.

На рис. 1 приведена двумерная диаграмма стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели в зависимости от критических значений: от доли импорта в объеме выпускаемой продукции в каждом регионе $\alpha^1 = \dots \alpha^4 = \alpha$ (на диаграмме alpha) и от номинальной жесткости цен $\kappa_p^1 = \dots \kappa_p^4 = \kappa_p$ (на диаграмме карра) для макрорегиона, состоящего из четырех регионов при двух значениях эластичности замещения между трудом и импортной составляющей $\sigma^1 = \dots \sigma^4 = \sigma$. При пересечении значений параметров alpha и карра возникает описанное выше отклонение разрыва выпуска и инфляции от стационарного состояния, превышающее 10% хотя бы один раз при каждой симуляции. На границе между стабильным и нестабильным поведением инфляции и разрыва выпуска значения параметров равны критическим α_{cr} и κ_{cr} . Для пояснения получения на рис. 1 границы между стабильным и нестабильным поведением модели приведена одномерная диаграмма стабильности на рис. 2 при значении параметров $\phi_\pi = 1,5; \phi_y = 0,5; \sigma = 0,5$. Все остальные параметры модели (включая σ), приведенные в табл. 1, приняты равными для

⁹ Величина шоков, отсутствующих в модели, значительно ниже порога в 10%.

всех регионов. Из диаграммы рис. 2 следует, что значение параметра α_{cr} , отделяющее стабильность динамики инфляции и разрыва выпуска от их нестабильного поведения для модели из четырех регионов, при значении $\kappa_{rr} = 0,1$ равно 0,4 и совпадает с этим значением на рис. 1а. Следует отметить, что потеря стабильности для временных рядов разрыва выпуска и инфляции практически происходит при одном и том же определенном значении критических параметров. Как уже отмечалось выше при описании модели, параметр κ_r^i , определяющий номинальную жесткость цен, обратно пропорционален издержкам, связанным с установлением новой цены. Поэтому с ростом значения этого параметра номинальная жесткость цен уменьшается и, соответственно, их гибкость увеличивается. При построении диаграммы стабильности значения параметра κ_r^i для всех регионов также считались одинаковыми. В работе [McCallum, Nelson, 2001] калиброванное значение этого параметра равнялось 0,086. Поэтому при симуляциях интервал изменений параметра κ_r^i принимался равным [0,03–2].

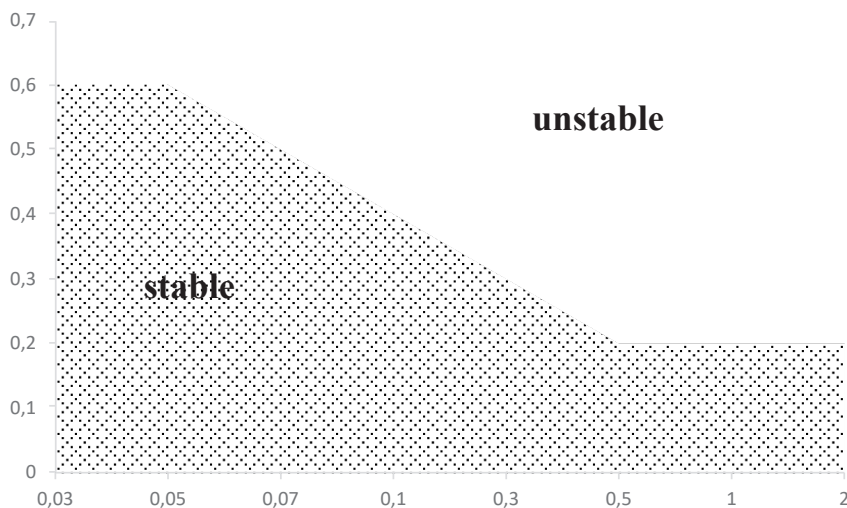
Как видно из рис. 1, с увеличением гибкости цен критическое значение (α_{cr}) уменьшается. То есть номинальная жесткость региональных цен благоприятствует замещению труда импортной продукцией из других регионов и способствует стабильности динамики инфляции и разрыва выпуска. Это является следствием того, что номинальная жесткость региональных цен способствует снижению издержек при использовании импортной составляющей в объеме выпуска продукции.

Следует отметить, что с ростом эластичности замещения труда импортной составляющей ($\sigma = 0,8$ на рис. 1b) стабильность модели уменьшается. Это следует из сравнения рис. 1а и 1b. При одной и той же гибкости цен критическое значение (α_{cr}) для модели из четырех регионов при росте σ снижается. Этот результат является вполне очевидным, так как при росте σ происходит уменьшение импорта (уравнение (3)).

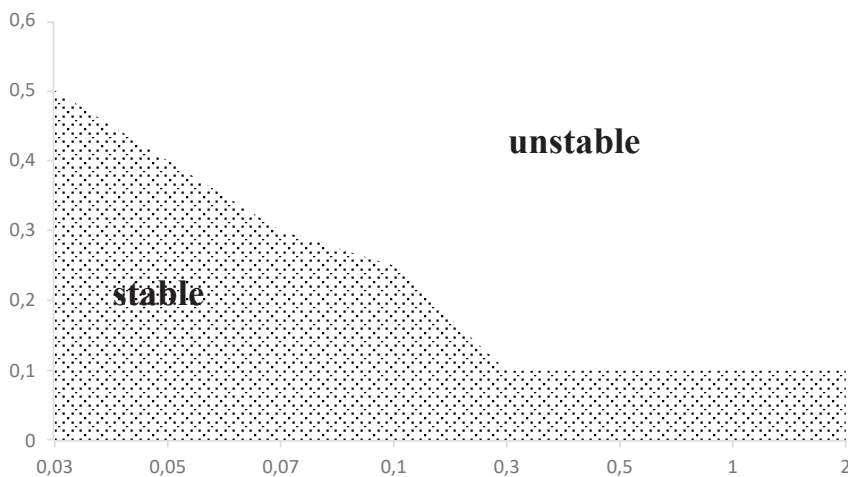
Гетерогенность значений параметров α_{cr} и κ_{rr} для исследуемых регионов не приводила к качественному изменению диаграммы стабильности. Этот результат может свидетельствовать о том, что неоднородность номинальных жесткостей играет важную роль в формировании высокой степени корреляции в динамике инфляции и разрыва выпуска между регионами ввиду ее перетоков.

Так как стабильность динамики исследуемой модели должна зависеть также от параметров монетарной политики в правиле Тейлора, то представляет интерес анализ зависимости стабильности динамики временных рядов разрыва выпуска и инфляции от коэффициента реакции инфляции ϕ_π и номинальной жесткости цен.

а) При $\sigma = 0,5$



б) При $\sigma = 0,8$

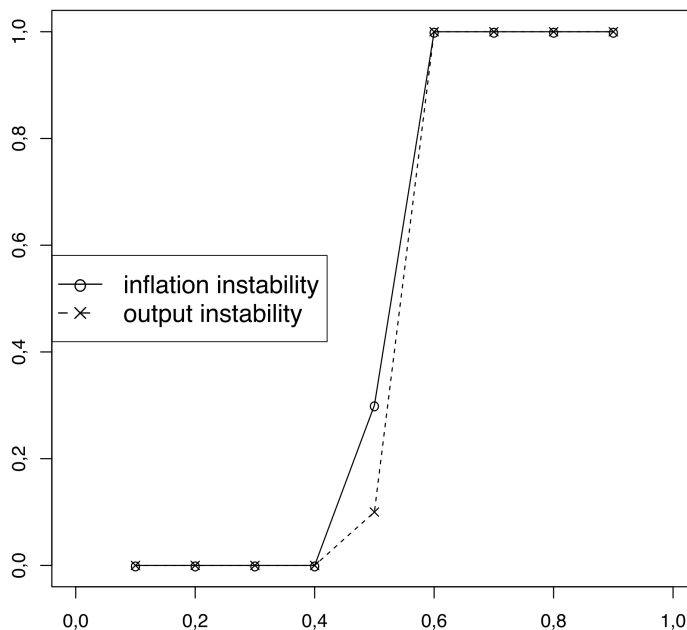


Примечание. Параметры модели, приведенные в табл. 1, приняты равными для всех регионов. Количество симуляций равно 1000. Параметры $\phi_\pi = 1,5$; $\phi_y = 0,5$.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 1. Двумерная диаграмма стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели в пространстве параметров κ_p^i (ось абсцисс) и α^i (ось ординат) для четырех регионов

Fig. 1. Two-Dimensional Diagram of the Stability of the Time Series for the Output Gap and Inflation of the Model in the Parameter Space κ_p^i (abscissa) and α^i (ordinate) for Four Regions



Примечание. Все параметры модели, приведенные в табл. 1, приняты равными для всех регионов. Количество симуляций равно 1000. Значение параметра α_{cr} , отделяющее стабильность динамики инфляции и разрыва выпуска от их нестабильного поведения, равно 0,4. Параметры $\phi_\pi = 1,5$; $\phi_y = 0,5$; $\sigma = 0,5$.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

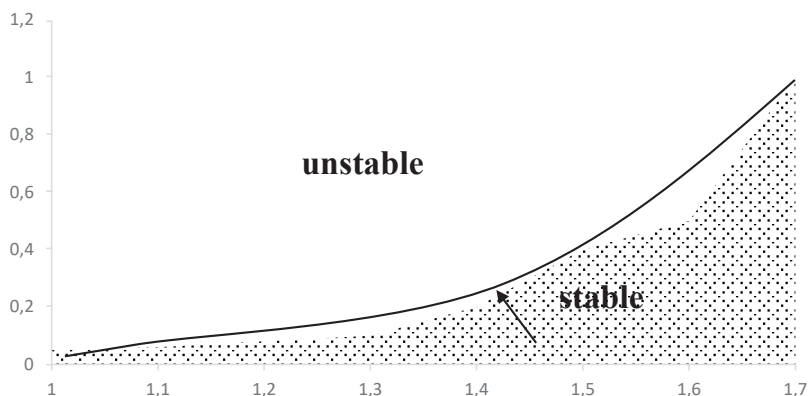
Рис. 2. Зависимость стабильных значений инфляции и разрыва выпуска (ось ординат) от параметра α (ось абсцисс) при значении параметра $\kappa = 0,1$ для модели из четырех регионов

Fig. 2. Graph of the Dependence of Stable Values for Inflation and Output Gap (ordinate) Depending on the Alpha Parameter (abscissa) With the Kappa Parameter Value of 0.1 for a Four-Region Model

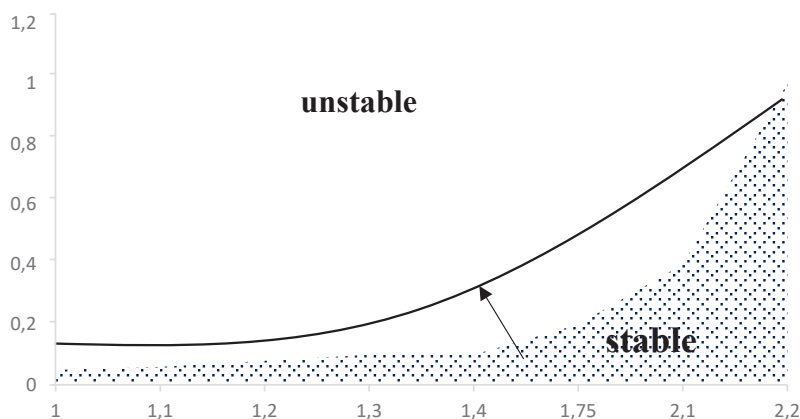
Соответствующая двумерная диаграмма стабильности в пространстве параметров (κ_p^i, ϕ_π) приведена на рис. 3 для четырех (а) и двух (б) регионов. При этих симуляциях интервал изменений параметра κ_p^i принимался равным $[0,02-1,2]$.

Из приведенных на рис. 3 диаграмм следует, что в макрорегионе более гибкие цены приводят к менее стабильному экономическому поведению. Это означает, что более значительная положительная обратная связь от разрыва выпуска на инфляцию в новой кейнсианской кривой Филлипса является дестабилизирующей. Более явно этот результат проявляется для модели из четырех регионов по сравнению с двухрегиональной моделью, так как при одной и той же гибкости цен значение коэффициента реакции ϕ_{pi_cr} для первой модели меньше по сравнению со второй, то есть модель из четырех регионов является более стабильной по сравнению с двухрегиональной моделью.

а) Для четырех регионов



б) Для двух регионов



Примечание. Параметры модели, приведенные в табл. 1, приняты равными для всех регионов. Количество симуляций равно 1000. Описание диаграммы приведено в тексте. Параметры $\sigma = 0,5$; $\alpha = 0,5$; $\phi_y = 0,5$. Сплошная линия на диаграмме обозначает границу между стабильным и нестабильным состоянием модели без переключения при адаптивных ожиданиях агентов.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 3. Двумерная диаграмма стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели в пространстве параметров κ_p^t (ось ординат) и ϕ_π (ось абсцисс)

Fig. 3. Two-Dimensional Diagram of the Stability of the Time Series for the Output Gap and Inflation of the Model in a Parameter Space κ_p^t (ordinate) and ϕ_π (abscissa)

Стабилизирующая сила интеграции заключается в следующем. Когда некоторые регионы переживают рост экономики, а другие — спад, ожидаемый рост инфляции в первых регионах приводит к росту спроса в субъектах со спадом, и наоборот, так что существует тяга к устойчивому состоянию. Это очевидным образом связано с тем, что товары в регионах с экономическим спадом становятся относительно дешевле и, таким образом, будут импортироваться в большей степени другими регионами. Этот стабилизирующий эффект возрастает с количеством интегрированных друг с другом регионов.

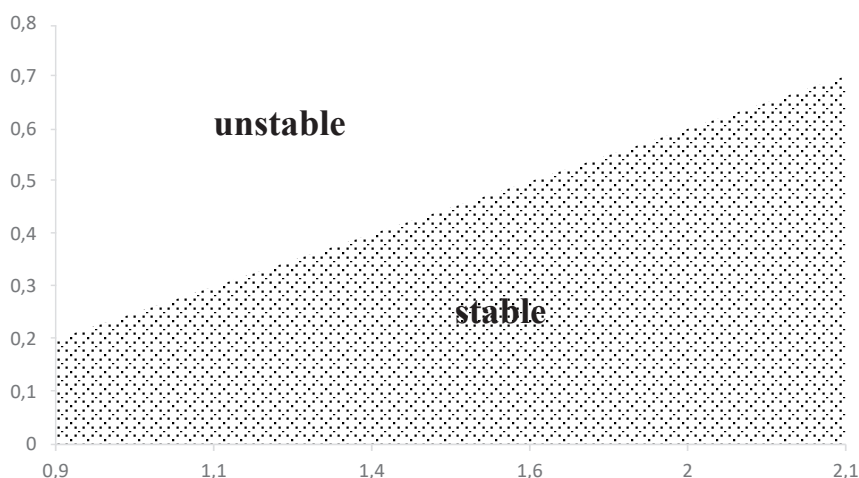
Результаты на рис. 3 можно объяснить следующим образом. С увеличением гибкости цен (параметра κ) отклонения разрыва выпуска от его стационарного состояния приводят к росту инфляции. Если рост инфляции увеличивается, например через самоисполняющиеся ожидания экономических агентов, следующие за трендом, это может привести к еще большим колебаниям инфляции и разрыва выпуска, то есть к уменьшению стабильной динамики этих переменных. Поведение в экономике с жесткими ценами в целом гораздо более стабильно. Когда в жесткой экономике разрыв выпуска увеличивается, то это окажет более слабое влияние на инфляцию, заставляя центральный банк повышать процентную ставку, но меньше, чем в гибкой экономике.

Для проверки приведенного вывода были проведены симуляционные эксперименты с исследуемой моделью без переключения эвристик с адаптивными ожиданиями агентов. На рис. 3 сплошная черная линия является границей между стабильным и нестабильным состоянием модели. Стрелка показывает смещение этой границы в направлении увеличения стабильности. Это справедливо как для модели из четырех регионов, так и для двухрегиональной модели, то есть экономическое поведение в модели с адаптивными ожиданиями агентов гораздо более стабильно по сравнению с моделью переключения эвристик, в которой агенты обладают большим выбором формирования ожиданий. Это происходит потому, что адаптивные правила формирования ожиданий не экстраполируют прошлые тенденции в наблюдаемых переменных по сравнению с правилами формирования ожиданий экономических агентов, следующих за трендом. Поэтому самоисполняющегося усиления между ожиданиями и реализацией макроэкономических переменных при адаптивных ожиданиях агентов не происходит.

Интересно, что в [Pfajfar, Zakelj, 2018] авторы приходят к аналогичному выводу и отмечают, что более высокая доля экстраполяции тренда увеличивает стандартное отклонение инфляции, в то

время как наличие большего количества агентов, ведущих себя в соответствии с адаптивными ожиданиями, снижает стандартное отклонение инфляции.

Нужно отметить, что полученные результаты справедливы также для диаграмм, приведенных на рис. 1, 2, 4.



Примечание. Параметры модели, приведенные в табл. 1, приняты равными для всех регионов. Количество симуляций равно 1000. Описание диаграммы приведено в тексте. Параметры $\sigma = 0,5$; $\phi_y = 0,5$.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 4. Двумерная диаграмма стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели в пространстве параметров α^i (ось ординат) и ϕ_π (ось абсцисс) для четырех регионов

Fig. 4. Two-Dimensional Diagram of the Stability of the Time Series for the Output Gap and Inflation of the Model in a Parameter Space α^i (ordinate) and ϕ_π (abscissa) for Four Regions

На рис. 4 приведена двумерная диаграмма стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели в пространстве параметров (α^i, ϕ_π) для макрорегиона, состоящего из четырех регионов. Из приведенной диаграммы следует, что с ростом импортной составляющей в объеме выпуска каждого региона коэффициент реакции инфляции на шок процентной ставки возрастает, что вызвано, вероятно, ростом издержек, связанных с импортом промежуточной продукции. Аналогичная диаграмма для двух регионов практически не отличается от приведенной.

Так как исследуемая многорегиональная модель является моделью с переключением эвристик, то представляет интерес анализ стабильности инфляции и разрыва выпуска в контексте поведения ожиданий экономических агентов.

Анализ эволюции ожиданий ограниченной рациональности экономических агентов

Временная эволюция экономических переменных, таких как инфляция и разрыв выпуска, зависит от рыночных ожиданий экономических агентов. Во введении отмечалось, что неоклассическая экономическая теория предполагает, что агенты формируют ожидания рационально, тем самым заставляя цены следовать экономическим фундаментальным показателям и приводя к эффективному распределению ресурсов. Однако лабораторные эксперименты [Hommes, 2021; Hommes et al., 2019] показали, что агенты обладают ограниченной рациональностью и следуют простым эвристикам. При этом эволюционный отбор среди приведенных выше четырех эвристик прогнозирования может объяснить координацию индивидуального поведения, приводящую к различным совокупным результатам. С течением времени индивиды адаптируют свои стратегии, основываясь на относительной эффективности прогнозирования эвристик.

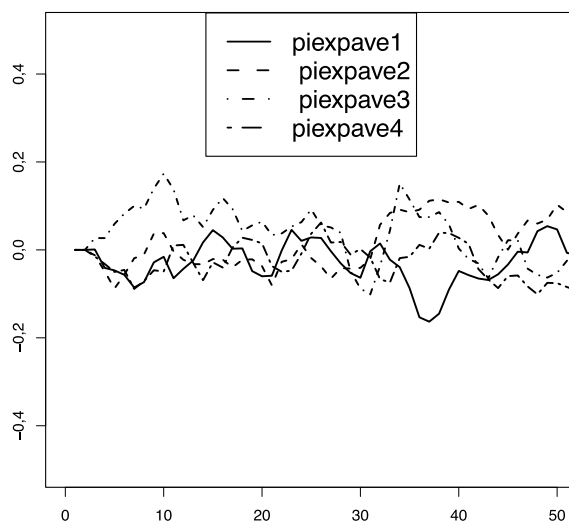
В связи с этим представляет интерес анализ эволюционного отбора среди эвристик прогнозирования при различных режимах динамики исследуемых переменных, соответствующих стабильному и нестабильному состояниям модели.

На рис. 5 представлена динамика ожиданий инфляции агентов ($\pi_{\text{ехрв}}$) для каждого из четырех регионов, усредненная по четырем предикторам и 1000 симуляциям в области стабильного (рис. 5a) и нестабильного (рис. 5b) состояний в пространстве параметров исследуемой модели (κ , α). Значения параметров модели указаны в примечании к рисунку. Динамика ожиданий разрыва выпуска ($y_{\text{ехрв}}$) аналогична динамике ожиданий инфляции и поэтому не приводится.

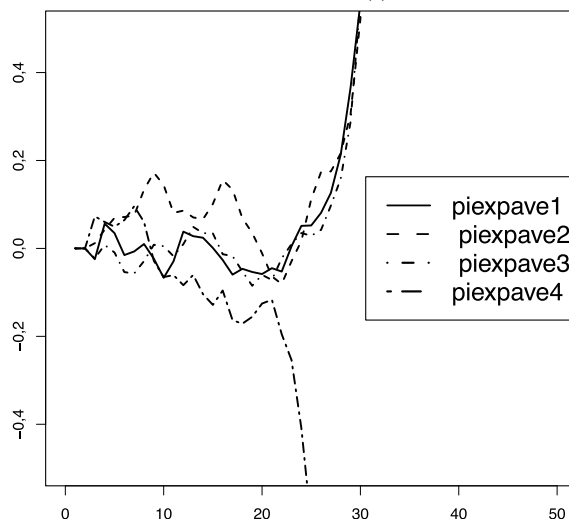
Как видно из рис. 5a, усредненные по всем эвристикам ожидания ограниченной рациональности экономических агентов каждого региона относительно будущей инфляции и разрыва выпуска сходятся к целевому фундаментальному стационарному состоянию. В этом случае большая часть пространства параметров (κ_r^i , α^i) связана с устойчивостью равновесного состояния. То есть в стабильном состоянии реализованная инфляция и выпуск будут близки к своим значениям устойчивого состояния. Аналогичная динамика ожиданий проявляется также в пространстве параметров (κ_r^i , φ_π) и (α^i , φ_π), и поэтому не приводится. Этот результат свидетельствует о том, что субъекты изучают и со временем обновляют способ формирования ожиданий таким образом, что усредненные по всем регионам доли агентов, использующие разные эвристики, равны друг другу. То есть агенты более или менее

равномерно распределены между предикторами, а средняя ожидаемая инфляция и разрыв выпуска близки к целевым.

а) Для стабильного состояния модели



б) Для нестабильного состояния модели



Примечание. Значения параметров для рис. 5а: $\kappa_p^i = 0,1$; $\alpha = 0,2$; $\text{phi_pi} = 1,5$; $\text{phi_y} = 0,5$; $\sigma = 0,5$; для рис. 5б: $\kappa_p^i = 0,1$; $\alpha = 0,6$; $\text{phi_pi} = 1,5$; $\text{phi_y} = 0,5$; $\sigma = 0,5$. Значения остальных параметров приведены в табл. 1. Значения параметров для всех регионов равны.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 5. **Временная (ось абсцисс) зависимость ожиданий инфляции агентов (ось ординат) для каждого из четырех регионов (piexpave1 ... piexpave4), усредненная по четырем предикторам и 1000 симуляциям**

Fig. 5. **Time Dependence (abscissa) of Agents' Inflation Expectations (ordinate) for Each of the Four Regions (piexpave1 ... piexpave4), Averaged Over Four Predictors and 1,000 Simulations**

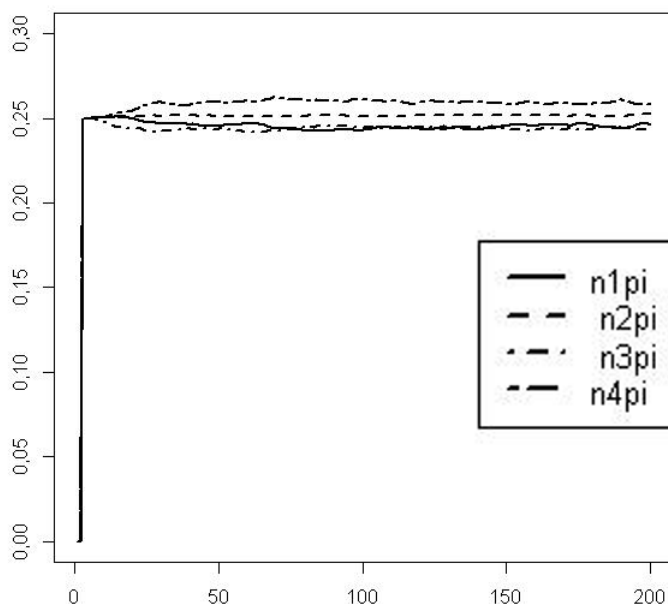
При переходе в пространстве параметров (κ_r^i, α^i) в состояние неустойчивого равновесия (нестабильное состояние) усредненные по всем эвристикам ожидания ограниченной рациональности экономических агентов каждого региона относительно будущей инфляции и разрыва выпуска по истечении некоторого времени расходятся (рис. 5b). Аналогичная динамика ожиданий проявляется также в пространстве параметров $(\kappa_r^i, \varphi_\pi)$ и (α^i, φ_π) . В состоянии неустойчивого равновесия агенты быстрее переключаются на лучшие для себя предикторы, делая систему неопределенной.

Подтверждением приведенных выше выводов является представленная на рис. 6 динамика усредненной по четырем регионам и 1000 симуляциям доли агентов с различными предикторами относительно инфляции в пространстве параметров (κ_r^i, α^i) для стабильного (рис. 6a) и нестабильного (рис. 6b) состояний модели. Из рис. 6a следует, что в равновесном стабильном состоянии доли агентов практически равномерно распределены между предикторами. В этом состоянии доли агентов с различными предикторами $n1pi = n2pi = n3pi = n4pi = 0,25$, а реализованная инфляция и разрыв выпуска¹⁰ будут близки к своим значениям устойчивого стационарного состояния.

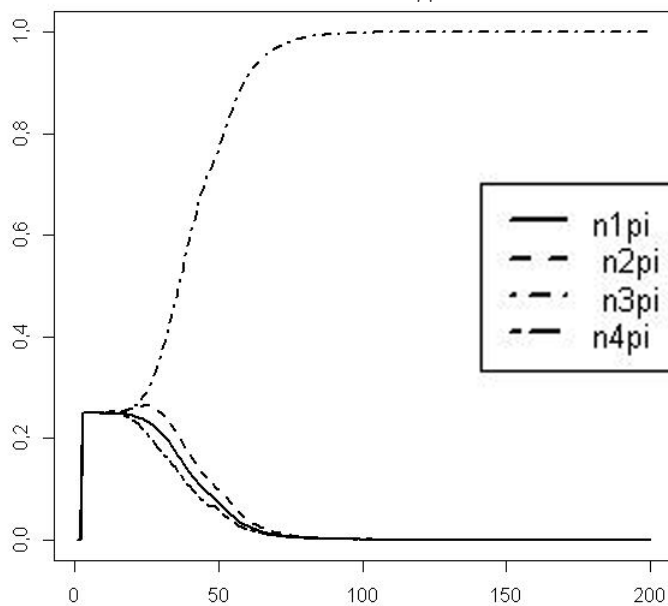
В состоянии неустойчивого равновесия (нестабильном состоянии) агенты быстрее переключаются на лучшие для себя предикторы, делая систему неопределенной. На рис. 6b показано, что в этом состоянии лучшими для себя предикторами агенты считают эвристику следования за сильным трендом. На рис. 6b доля агентов, выбирающих этот предиктор, обозначена как $n3pi$, и она стремится к 100%. Следовательно, реализованная инфляция и разрыв выпуска будут близки к своим значениям неустойчивого состояния равновесия. Таким образом, если реализованный разрыв выпуска и инфляция далеки от своих фундаментальных значений, то агенты будут выбирать свои предикторы соответствующим образом (то есть в данном случае выбирать предиктор следования за сильным трендом), что приведет к самоисполняющемуся усилению между ожиданиями и реализацией макроэкономических переменных. Аналогичная динамика проявляется также в пространстве параметров $(\kappa_r^i, \varphi_\pi)$ и (α^i, φ_π) . Эта динамика имеет важное значение для проведения центральным банком монетарной политики. Предположим, что разрыв выпуска и инфляция реализуются при установленных центральным банком в правиле Тейлора коэффициентах реакции ϕ_π и ϕ_y . Агенты оценивают эффективность своих прогнозов на основе меры приспособленности и в конечном итоге пере-

¹⁰ Динамика доли агентов с различными предикторами относительно разрыва выпуска аналогична приведенной на рис. 6 для предикторов инфляции.

а) Для стабильного состояния модели



б) Для нестабильного состояния модели



Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 6. Временная (ось абсцисс) зависимость усредненной по четырем регионам и 1000 симуляциям доли агентов (ось ординат) с различными предикторами относительно инфляции (n1pi ... n4pi) в пространстве параметров (κ_p^t, α^t)

Fig. 6. Time Dependence (abscissa) of the Average Share of Agents (ordinate) With Different Predictors Regarding Inflation (n1pi ... n4pi) Over Four Regions and 1,000 Simulations in the Parameter Space (κ_p^t, α^t)

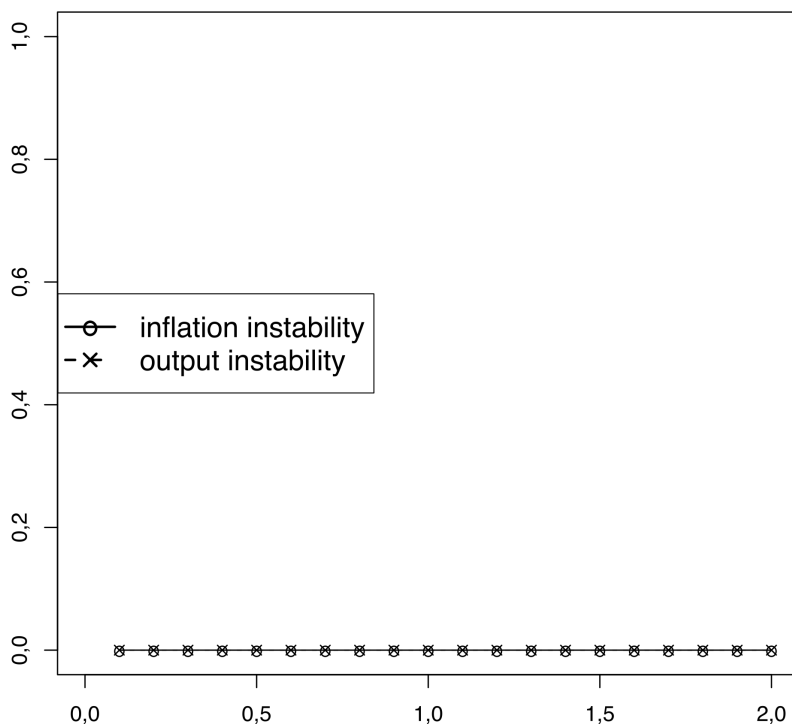
ключаются на предикторы, которые лучше сработали в последний период. Если реализованный разрыв выпуска и инфляция далеки от своих фундаментальных значений, то агенты будут выбирать свои предикторы соответствующим образом (в данном случае выбирать предиктор следования за сильным трендом), и это приведет к самоисполняющемуся усилению между ожиданиями и реализацией макроэкономических переменных.

Таким образом, центральный банк играет фундаментальную роль в предотвращении этого самоисполняющегося механизма, закрепляя выбор убеждений агентов путем надлежащего фиксирования степени реакции правила процентной ставки, которая, в свою очередь, зависит от распределения предикторов агентов относительно целевого равновесия. Следовательно, параметры реакции ϕ_π и ϕ_y должны быть точно установлены в соответствии с распределением предикторов, если центральный банк заинтересован в получении более быстрой сходимости к цели.

При этом, как показано в предыдущем разделе, сходимость к устойчивому равновесию достигается быстрее, когда доля агентов, принимающих адаптивное правило ожидания, достаточно велика по сравнению с конкурирующими правилами экстраполяции тренда. Прямое следствие этого результата заключается в том, что центральный банк может фактически достичь сходимости к устойчивому равновесию, управляя долей агентов с необходимыми для данного момента правилами ожидания, в частности управляя поведением агентов с адаптивными ожиданиями (ADA) и ожиданиями экстраполяции тренда (LAA).

Представляет интерес сравнение полученных результатов с аналогичными результатами устойчивости исследуемой модели при рациональных ожиданиях экономических агентов. Главный вывод из этого сравнения заключается в том, что при рациональных ожиданиях агентов во всем интервале изменения параметров доли импорта в объеме выпуска $\alpha^1 = \dots \alpha^4 = \alpha$ и параметров, характеризующих гибкость цен $\kappa_p^1 = \dots \kappa_p^4 = \kappa_p$, потери стабильности временных рядов разрыва выпуска и инфляции не происходит. Интервал изменения этих параметров принимался равным интервалам на рис. 1. При этом стабильность модели сохранялась как для четырех, так и для двух регионов. С ростом эластичности замещения труда импортной составляющей стабильность модели не изменяется. В качестве примера на рис. 7 приведена одномерная диаграмма стабильности инфляции и разрыва выпуска при изменении параметра гибкости цен в интервале $[0,03-2]$ при значении параметра доли импорта в объеме выпуска 0,65. При этих значениях параметров временные ряды инфляции и разрыва выпуска на рис. 1 для модели с

ограниченно рациональными ожиданиями агентов находятся в области неустойчивости. Напротив, для модели с рациональными ожиданиями агентов эти временные ряды характеризуются устойчивостью.



Примечание. Все параметры модели, приведенные в табл. 1, приняты равными для всех регионов. Количество симуляций равно 1000. Параметры $\phi_\pi = 1,5$; $\phi_y = 0,5$; $\sigma = 0,5$.

Источник: составлено автором на основе модельных расчетов.

Рис. 7. График зависимости стабильных значений инфляции и разрыва выпуска (ось ординат) от параметра kappa (ось абсцисс) при значении параметра alpha = 0,65 для модели из четырех регионов при рациональных ожиданиях агентов

Fig. 7. Dependence of Stable Values for Inflation and the Output Gap (ordinate) the Kappa Parameter (abscissa) With the Alpha Parameter = 0.65 for a Four-Region Model in Which Agents Have Rational Expectations

Аналогичный результат получен и для временных рядов разрыва выпуска и инфляции исследуемой модели с рациональными ожиданиями агентов в пространстве параметров (α^i, φ_π) . На всем интервале изменения этих параметров потери стабильности модели не происходит. Это справедливо как для двух, так и для четырех регионов.

В пространстве параметров $(\kappa_p^i, \varphi_\pi)$ устойчивость временных рядов инфляции и разрыва выпуска в модели с рациональными

ожиданиями агентов практически не отличается от аналогичной устойчивости в модели с ограниченной рациональностью экономических агентов, приведенной на рис. 3. Также более гибкие цены приводят к менее стабильному экономическому поведению. Есть некоторые небольшие количественные отличия, но они, по мнению автора статьи, не являются предметом для дискуссии ввиду ограниченного формата публикации.

Полученные различия поведения агентов с рациональными ожиданиями являются важными. Дело в том, что экономисты, полагающиеся на поведение агентов с рациональными ожиданиями, могут ошибочно заключить об отсутствии проблем при разработке и описании многорегиональных моделей, по крайней мере с точки зрения их стабильности или сохранения отклонений исследуемых переменных от устойчивого состояния, так как экстремальная стабильность сохраняется практически для всех возможных значений параметров.

Заключение

Настоящее исследование посвящено анализу поведения экономических агентов с ограниченной рациональностью в рамках многорегиональной новой кейнсианской модели. Особенностью рассматриваемой модели является то, что национальная экономика (макрорегион) характеризуется технологическим суверенитетом, при котором импортные ресурсы из отдельных регионов выступают факторами производства наряду с трудовыми ресурсами.

Формирование ожиданий агентами осуществляется через механизм эволюционного отбора среди простых прогнозируемых эвристик. Динамическое переключение между стратегиями прогнозирования позволяет объяснить координацию индивидуального поведения, приводящую к различным макроэкономическим исходам. Индивиды адаптивно корректируют свои стратегии во времени, основываясь на относительной эффективности используемых эвристик. Весовые доли агентов, применяющих различные правила прогнозирования, изменяются эндогенно.

Проведенные симуляционные эксперименты демонстрируют, что стабильность динамики модели зависит не только от параметров монетарной политики, но и от таких ключевых факторов, как доля импорта в объеме произведенной продукции, уровень номинальной жесткости цен, а также от количества регионов, входящих в макрорегион. Показано, что региональная номинальная жесткость цен способствует замещению трудовых ресурсов импортными товарами из других регионов, что оказывает стабилизирующее воздействие на динамику инфляции и разрыв выпу-

ска. Установлено, что жесткость цен снижает волатильность инфляции, сдвигая коэффициент реакции на инфляцию в правиле Тейлора в сторону меньших значений.

Особое внимание уделено анализу стабилизирующего эффекта экономической интеграции регионов. Исследование устойчивости равновесных траекторий переменных проведено в контексте эволюционного механизма отбора эвристик. Получен важный результат практической значимости: центральный банк может обеспечить сходимость системы к устойчивому равновесию путем управления распределением агентов между различными правилами формирования ожиданий. В частности, это достигается за счет целенаправленного воздействия на поведение агентов, ориентированных на адаптивные ожидания или экстраполяцию тренда. Полученные результаты исследования позволяют обосновать рекомендации для центральных банков по управлению экономическими ожиданиями в условиях региональной интеграции.

Главным ограничением используемого в работе подхода являются трудности вычислительного характера, растущие с увеличением числа регионов.

На следующем этапе исследования предполагается тестирование модели на реальных данных российской экономики, в частности на данных Уральского федерального округа.

Литература

1. Джурка Н. Г. Многорегиональные модели экономических взаимодействий: сравнение альтернативных постановок // *Пространственная экономика*. 2024. Т. 20. № 2. С. 7–39. DOI: 10.14530/se.2024.2.007-039.
2. Джурка Н. Г. Система пространственных рынков в национальной экономике: проблемы измерений // *Пространственная экономика*. 2021. Т. 17. № 4. С. 16–40. DOI: 10.14530/se.2021.4.016-040.
3. Дужински Р. Р., Торонцев Е. Л., Мараховский А. С. Равновесное и межотраслевое моделирование устойчивости экономических систем // *Экономический анализ: теория и практика*. 2018. Т. 17. № 8. С. 1528–1544. DOI: 10.24891/ea.17.8.1528.
4. Серков Л. А. Поведение экономических агентов с ограниченной рациональностью в полуоткрытой новой кейнсианской модели // *Экономическая политика*. 2024. Т. 19. № 3. С. 44–75. DOI: 10.18288/1994-5124-2024-3-44-75.
5. Суслов В. И., Ибрагимов Н. М., Мельникова Л. В. Коалиционный анализ и эффекты межрегиональной интеграции // *Экономика региона*. 2018. Т. 14. № 4. С. 1131–1144. DOI: 10.17059/2018-4-6.
6. Суслов В. И. Многорегиональная оптимизационная модель: реальное значение и современная спецификация // *Регион: экономика и социология*. 2011. № 2. С. 19–45.
7. Akvile B., Massaro D., Weber M. The Behavioral Economics of Currency Unions: Economic Integration and Monetary Policy // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2020. Vol. 112. P. 1–19. DOI: 10.1016/j.jedc.2020.103850.
8. Anufriev M., Hommes C. Evolutionary Selection of Individual Expectations and Aggregate Outcomes in Asset Pricing Experiments // *American Economic Journal: Microeconomics*. 2012. Vol. 4(4). P. 35–64. DOI: 10.1257/mic.4.4.35.

9. *Badarau C., Leveigue G.* Assessing the Effects of Financial Heterogeneity in a Monetary Union a DSGE Approach // *Economic Modelling*. 2011. Vol. 28(6). P. 2451–2461. DOI: 10.1016/j.econmod.2011.06.016.
10. *Bonam D., Goy G.* Home Biased Expectations and Macroeconomic Imbalances in a Monetary Union // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2019. Vol. 103. P. 25–42. DOI: 10.1016/j.jedc.2019.04.004.
11. *Branch W., McGough B.* A New Keynesian Model With Heterogeneous Expectations // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2009. Vol. 33(5). P. 1036–1051. DOI: 10.1016/j.jedc.2008.11.007.
12. *Branch W. A.* The Theory of Rationally Heterogeneous Expectations: Evidence From Survey Data on Inflation Expectations // *The Economic Journal*. 2004. Vol. 114(497). P. 592–621. DOI: 10.1111/j.1468-0297.2004.00233.x.
13. *Brock W., Hommes C.* A Rational Route to Randomness // *Econometrica*. 1997. Vol. 65. P. 1059–1095. DOI: 10.2307/2171879.
14. *Camerer C., Loewenstein G., Rabin M.* *Advances in Behavioral Economics*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2004. DOI: 10.2307/j.ctvc4j8j.
15. *De Grauwe P.* Animal Spirits and Monetary Policy // *Economic Theory*. 2011. Vol. 47(2–3). P. 423–457. DOI: 10.1007/s00199-010-0543-0.
16. *De Grauwe P.* Booms and Busts in Economic Activity: A Behavioral Explanation // *Journal of Economic Behavior & Organization*. 2012a. Vol. 83(3). P. 484–501.
17. *De Grauwe P.* *Lectures on Behavioral Macroeconomics*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2012b.
18. *De Grauwe P., Ji Y.* The International Synchronisation of Business Cycles: The Role of Animal Spirits // *Open Economies Review*. 2017. Vol. 28(3). P. 383–412. DOI: 10.1007/s11079-017-9434-3.
19. *Diks C., Van der Weide R.* Herding, A-Synchronous Updating and Heterogeneity in Memory in a CBS // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2005. Vol. 29. P. 741–763. DOI: 10.1016/j.jedc.2003.12.004.
20. *Driscoll J. C., Holden S.* Behavioral Economics and Macroeconomic Models // *Journal of Macroeconomics*. 2014. Vol. 41(C). P. 133–147. DOI: 10.1016/j.jmacro.2014.05.004.
21. *Hommes C.* Behavioral and Experimental Macroeconomics and Policy Analysis: A Complex Systems Approach // *Journal of Economic Literature*. 2021. Vol. 1(59). P. 149–219. DOI: 10.1257/jel.20191434.
22. *Hommes C., Massaro D., Weber M.* Monetary Policy Under Behavioral Expectations: Theory and Experiment // *European Economic Review*. 2019. Vol. 118. P. 193–212. DOI: 10.1016/j.euroecorev.2019.05.009.
23. *Kobielarz M.* Unstable Monetary Unions — The Role of Expectations and Past Experience. SSRN, 2022. <https://ssrn.com/abstract=4138260>. DOI: 10.2139/ssrn.4138260.
24. *Konôpková Z.* Pitfalls of DSGE Model Approach in Monetary Union // *DANUBE: Law, Economics and Social Issues Review*. 2019. Vol. 10(4). P. 369–382. DOI: 10.2478/danb-2019-0019.
25. *McCallum B., Nelson E.* Monetary Policy for an Open Economy: An Alternative Framework With Optimizing Agents and Sticky Prices. NBER Working Paper 8175. 2001.
26. *McCallum B., Nelson E.* Performance of Operational Policy Rules in an Estimated Semiclassical Structural Model. NBER Working Paper 6599. 1998.
27. *Muth J.* Rational Expectations and the Theory of Price Movements // *Econometrica*. 1961. Vol. 29. P. 315–335.
28. *Pfajfar D., Zakelj B.* Experimental Evidence on Inflation Expectations Formation // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2014. Vol. 44. P. 147–168. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.04.012.
29. *Rotemberg J. J.* Monopolistic Price Adjustment and Aggregate Output // *Review of Economic Studies*. 1982. Vol. 44. P. 517–531. DOI: 10.2307/2297284.

30. Tae-Seok Jang. Animal Spirits in Open Economy: An Interaction-Based Approach to Bounded Rationality. Dynare Working Papers Series. Working Paper 46. 2015. <https://www.dynare.org/wp-repo/dynarewp046.pdf>.
31. Toró J. A. Rationality of Expectations: Another OCA Criterion? A DSGE Analysis // Journal of Economic Modelling and Econometrics. 2010. Vol. 3(2). P. 205–252.

References

1. Dzhurka N. G. Mnogoregional'nye modeli ekonomicheskikh vzaimodeystviy: sravnenie al'ternativnykh postanovok [Multiregional Models of Economic Interactions: Comparative Analysis]. *Prostranstvennaya ekonomika [Spatial Economics]*, 2024, vol. 20, no. 2, pp. 7–39. DOI: 10.14530/se.2024.2.007-039. (In Russ.)
2. Dzhurka N. G. Sistema prostranstvennykh rynkov v natsional'noy ekonomike: problemy izmereniy [Spatial Markets in a National Framework: Measurement Issues]. *Prostranstvennaya ekonomika [Spatial Economics]*, 2021, vol. 17, no. 4, pp. 16–40. DOI: 10.14530/se.2021.4.016-040. (In Russ.)
3. Duzhinski R. R., Toroptsev E. L., Marakhovskii A. S. Ravnovesnoe i mezhotraslevoe modelirovanie ustoychivosti ekonomicheskikh sistem [Equilibrium and Input-Output Modeling of Economic System Stability]. *Ekonomicheskiy analiz: teoriya i praktika [Economic Analysis: Theory and Practice]*, 2018, vol. 17, no. 8. pp. 1528–1544. DOI: 10.24891/ea.17.8.1528. (In Russ.)
4. Serkov L. A. Povedenie ekonomicheskikh agentov s ogranichennoy ratsional'nost'yu v poluotkrytoy novoy keynsianskoy modeli [Behavior of Economic Agents With Bounded Rationality in a Semi-Open New Keynesian Model]. *Ekonomicheskaya politika [Economic Policy]*, 2024, vol. 19, no. 3, pp. 44–75. DOI: 10.18288/1994-5124-2024-3-44-75. (In Russ.)
5. Suslov V. I., Ibragimov N. M., Melnikova L. V. Koalitsionnyy analiz i efekty mezhregional'noy integratsii [Coalition Analysis and Effects of Regional Integration]. *Ekonomika regiona [Economy of the Region]*, 2018, vol. 14, no. 4, pp. 1131–1144. DOI: 10.17059/2018-4-6. (In Russ.)
6. Suslov V. I. Mnogoregional'naya optimizatsionnaya model': real'noe znachenie i sovremennaya spetsifikatsiya [Multiregional Optimization Model: Real Meaning and Modern Specification]. *Region: ekonomika i sotsiologiya [Region: Economics and Sociology]*, 2011, no. 2, pp. 19–45. (In Russ.)
7. Akvile B., Massaro D., Weber M. The Behavioral Economics of Currency Unions: Economic Integration and Monetary Policy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2020, vol. 112, pp. 1–19. DOI: 10.1016/j.jedc.2020.103850.
8. Anufriev M., Hommes C. Evolutionary Selection of Individual Expectations and Aggregate Outcomes in Asset Pricing Experiments. *American Economic Journal: Microeconomics*, 2012, vol. 4(4), pp. 35–64. DOI: 10.1257/mic.4.4.35.
9. Badarau C., Leveuge G. Assessing the Effects of Financial Heterogeneity in a Monetary Union a DSGE Approach. *Economic Modelling*, 2011, vol. 28(6), pp. 2451–2461. DOI: 10.1016/j.econmod.2011.06.016.
10. Bonam D., Goy G. Home Biased Expectations and Macroeconomic Imbalances in a Monetary Union. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2019, vol. 103, pp. 25–42. DOI: 10.1016/j.jedc.2019.04.004.
11. Branch W., McGough B. A New Keynesian Model With Heterogeneous Expectations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2009, vol. 33(5), pp. 1036–1051. DOI: 10.1016/j.jedc.2008.11.007.
12. Branch W. A. The Theory of Rationally Heterogeneous Expectations: Evidence From Survey Data on Inflation Expectations. *The Economic Journal*, 2004, vol. 114(497), pp. 592–621. DOI: 10.1111/j.1468-0297.2004.00233.x.
13. Brock W., Hommes C. A Rational Route to Randomness. *Econometrica*, 1997, vol. 65, pp. 1059–1095. DOI: 10.2307/2171879.

14. Camerer C., Loewenstein G., Rabin M. *Advances in Behavioral Economics*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 2004. DOI: 10.2307/j.ctvc4j8j.
15. De Grauwe P. Animal Spirits and Monetary Policy. *Economic Theory*, 2011, vol. 47(2-3), pp. 423-457. DOI: 10.1007/s00199-010-0543-0.
16. De Grauwe P. Booms and Busts in Economic Activity: A Behavioral Explanation. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 2012a, vol. 83(3), pp. 484-501.
17. De Grauwe P. *Lectures on Behavioral Macroeconomics*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 2012b.
18. De Grauwe P., Ji Y. The International Synchronisation of Business Cycles: The Role of Animal Spirits. *Open Economies Review*, 2017, vol. 28 (3), pp. 383-412. DOI: 10.1007/s11079-017-9434-3.
19. Diks C., Van der Weide R. Herding, A-Synchronous Updating and Heterogeneity in Memory in a CBS. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2005, vol. 29, pp. 741-763. DOI: 10.1016/j.jedc.2003.12.004.
20. Driscoll J. C., Holden S. Behavioral Economics and Macroeconomic Models. *Journal of Macroeconomics*, 2014, vol. 41(C), pp. 133-147. DOI: 10.1016/j.jmacro.2014.05.004.
21. Hommes C. Behavioral and Experimental Macroeconomics and Policy Analysis: A Complex Systems Approach. *Journal of Economic Literature*, 2021, vol. 1(59), pp. 149-219. DOI: 10.1257/jel.20191434.
22. Hommes C., Massaro D., Weber M. Monetary Policy Under Behavioral Expectations: Theory and Experiment. *European Economic Review*, 2019, vol. 118, pp. 193-212. DOI: 10.1016/j.eurocorev.2019.05.009.
23. Kobielarz M. Unstable Monetary Unions - The Role of Expectations and Past Experience. SSRN, 2022. <https://ssrn.com/abstract=4138260>. DOI: 10.2139/ssrn.4138260.
24. Konópková Z. Pitfalls of DSGE Model Approach in Monetary Union. *DANUBE: Law, Economics and Social Issues Review*, vol. 10(4), pp. 369-382. DOI: 10.2478/danb-2019-0019.
25. McCallum B., Nelson E. Monetary Policy for an Open Economy: An Alternative Framework With Optimizing Agents and Sticky Prices. *NBER Working Paper* 8175, 2001.
26. McCallum B., Nelson E. Performance of Operational Policy Rules in an Estimated Semi-classical Structural Model. *NBER Working Paper* 6599, 1998.
27. Muth J. Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, 1961, vol. 29, pp. 315-335.
28. Pfajfar D., Zakelj B. Experimental Evidence on Inflation Expectations Formation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 44, pp. 147-168. DOI: 10.1016/j.jedc.2014.04.012.
29. Rotemberg J. J. Monopolistic Price Adjustment and Aggregate Output. *Review of Economic Studies*, 1982, vol. 44, pp. 517-531. DOI: 10.2307/2297284.
30. Tae-Seok Jang. Animal Spirits in Open Economy: An Interaction-Based Approach to Bounded Rationality. *Dynare Working Papers Series*, Working Paper 46, 2015. <https://www.dynare.org/wp-repo/dynarewp046.pdf>.
31. Torój A. Rationality of Expectations: Another OCA Criterion? A DSGE Analysis. *Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 2010, vol. 3(2), pp. 205-252.