

Региональная экономика

Кластеризация регионов России на основе данных наличного денежного обращения

Ансэль Ильгизович Шайдуллин

ORCID: 0000-0002-2653-1745

Главный экономист отдела мониторинга и исследования данных управления развития и аналитики наличного денежного обращения департамента наличного денежного обращения, Банк России (РФ, 125040, Москва, ул. Правды, 6, стр. 2); аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (РФ, 101000, Москва, Мясницкая ул., 20)
E-mail: ansel.shajdullin@yandex.ru

Снежана Владимировна Седикова

ORCID: 0000-0001-7591-8340

Ведущий экономист отдела анализа наличного денежного обращения и организации работы с резервными фондами банкнот и монеты Центра организации наличного денежного обращения и операционного обслуживания, Сибирское ГУ Банка России (РФ, 630099, Новосибирск, Красный пр., 27)
E-mail: snezhana.nsk@gmail.com

Аннотация

В периоды кризисов спрос на наличные деньги возрастает, увеличивая нагрузку на платежную инфраструктуру. Кластеризация регионов РФ позволит разработать дифференцированные сценарии реагирования на шоки и усовершенствовать прогнозный инструментарий с учетом региональной специфики. В статье представлена кластеризация регионов России на основе динамики приходно-расходных операций с наличными деньгами. С использованием корреляционно-кластерного анализа, метода Варда и алгоритма k -средних авторами выявлены группы субъектов РФ со схожими паттернами денежного обращения. На основе «метода локтя» определено, что для большинства номиналов оптимальным является разделение на три кластера, при этом границы групп варьируются в зависимости от волатильности операций. По наиболее часто встречающимся номиналам в обращении — 5000, 1000 и 500 руб. — в большинстве регионов РФ наблюдается схожая динамика приходно-расходных операций. Получен вывод о том, что в условиях значительных экзогенных шоков региональные паттерны использования наличных денег различных номиналов склонны к унификации. Формирование доминирующих кластеров свидетельствует о преобладании общенациональных факторов (изменение потребительского поведения, адаптация к неопределенности, единые меры экономической политики) над региональной спецификой в динамике наличного денежного обращения. Результаты исследования представляют практическую ценность для Банка России и других финансовых институтов, поскольку позволяют перейти к территориально ориентированным моделям прогнозирования спроса на наличность, что открывает возможности для оптимизации логистических процессов и минимизации издержек. Кроме того, предложенная методика может быть адаптирована для анализа других макроэкономических показателей, что расширяет сферу ее потенциального применения.

Ключевые слова: Банк России, корреляционно-кластерный анализ, «метод локтя», метод k -средних, иерархическая кластеризация

JEL: C38, E41, E51, E61

Настоящая статья отражает личную позицию авторов. Содержание и результаты исследования не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России. Любые ошибки в материале являются исключительно авторскими.

Regional Economy

Clustering Russian Regions by Cash Circulation

Ansel I. Shaidullin

ORCID: 0000-0002-2653-1745

Chief Economist, Monitoring and Data
Research Section, Division of Cash Circulation
Development and Analysis, Department
of Cash Circulation, Bank of Russia;^a
Postgraduate Student, HSE University,^b
e-mail: ansel.shaidullin@yandex.ru

Snezhana V. Sedipkova

ORCID: 0000-0001-7591-8340

Lead Economist, Cash Circulation Analysis
Section, Cash Circulation Division, Siberian
Main Branch of the Bank of Russia,^c
e-mail: snezhana.nsk@gmail.com

^a 6–2, Pravdy ul., Moscow, 125040, Russian Federation

^b 20, Myasnitskaya ul., Moscow, 101000, Russian Federation

^c 27, Krasnyy pr., Novosibirsk, 630099, Russian Federation

Abstract

Demand for cash increases during crises and thus places additional strain on the payment infrastructure. Clustering the regions of the Russian Federation will facilitate differentiated response scenarios to shocks and improve forecasting tools that are responsive to specific regional characteristics. This article clusters Russian regions on the basis of the dynamics of their cash inflows and outflows. By applying correlation clustering analysis, Ward’s method, and the K-Means algorithm, the authors identified groups of Russia’s constituent regions with similar cash circulation patterns. For most denominations, the Elbow Method resulted in an optimal division into three clusters, whose boundaries varied with the volatility of operations. Most Russian regions exhibit similar dynamics in cash transactions for the most common denominations in circulation (5,000, 1,000, and 500 rubles). Major exogenous shocks tend to make regional patterns in the use of various cash denominations uniform. The formation of dominant clusters indicates that nationwide factors (such as changes in consumer behavior, adaptation to uncertainty, and unified economic policies) prevail over regional specifics in the dynamics of cash circulation. The results of the study have practical applications for the Bank of Russia and other financial institutions in their effort to transition to territorially oriented forecasting of cash demand with consequent opportunities to optimize logistical processes and minimize costs. The methodology proposed by the authors potentially has a broader scope, as it can be adapted to analyze other macroeconomic indicators.

Keywords: Bank of Russia, correlation clustering analysis, elbow method, K-Means method, hierarchical clustering

JEL: C38, E41, E51, E61

Acknowledgements

This article reflects the personal views of the authors. Its content and conclusions, including any citations that may appear in other publications, should not be regarded as the official position of the Central Bank of Russia. Any errors in this article are solely the responsibility of the authors.

Введение

В периоды чрезвычайных ситуаций и высокой экономической и политической неопределенности спрос на наличные деньги растет, что создает дополнительную нагрузку на систему и инфраструктуру наличного денежного обращения (далее — НДО): это подтверждается исследованиями зарубежных центральных банков, например [Community Access., 2021], докладами и аналитическими материалами Банка России [Отношение населения., 2023; Развитие и регулирование., 2024], а также обзорными и эмпирическими научными статьями по исследованию финансовых шоков [Brown et al., 2021; Chen et al., 2020].

Согласно статье 4 (пункт 18) Федерального закона «О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)» от 10.07.2002 № 86-ФЗ (далее — Закон) Банк России во исполнение своих функций, среди прочего, «проводит анализ и прогнозирование состояния экономики Российской Федерации, публикует соответствующие материалы и статистические данные». Также в соответствии со статьей 34 того же Закона «в целях организации на территории Российской Федерации наличного денежного обращения на Банк России возлагаются функции прогнозирования и организации производства, в т. ч. размещения заказа на изготовление банкнот и монеты Банка России у организации, изготавливающей банкноты и монету Банка России, перевозки и хранения банкнот и монеты Банка России, создания их резервных фондов» и др.

Представляется, что существуют группы (кластеры) регионов России, схожих по динамике приходно-расходных операций (далее — ПРО) наличных денег. Понимание особенностей таких кластеров позволит сформулировать схемы реагирования на возникающие шоки в зависимости от того, к какой группе относится регион РФ, а также разработать инструменты и методы прогнозирования, учитывающие специфику каждого кластера.

В большинстве исследований, посвященных кластеризации регионов России, акцентируется внимание на показателях, отражающих социально-экономические аспекты, таких как безработица, уровень дохода, уровень сбережения [Четверикова и др., 2022], уровень благосостояния и качества жизни [Губарев и др., 2019] и т. д. Однако количество работ, посвященных проблемам НДО в регионах, невелико, что отчасти обусловлено спецификой темы и невозможностью публикации достаточных объемов данных по НДО в открытом доступе.

Цель настоящего исследования заключается в определении групп (кластеров) российских регионов на основе данных ПРО

наличных денег с использованием инструментов корреляционно-кластерного и кластерного анализа. Эта работа является первой в научной литературе, в которой применяются данные ПРО подразделений Банка России для кластеризации регионов страны. Для повышения точности и достоверности результатов применяются корреляционно-кластерный подход, иерархическая кластеризация на основе метода Варда и метод k -средних. Для выявления оптимального количества регионов задействован «метод локтя». В последующих исследованиях результаты проведенного анализа могут быть апробированы, например, путем нахождения регионов России с общими факторами спроса на компоненты НДО и/или со схожими параметрами построения прогнозных моделей.

Исследование имеет следующую структуру. В первом разделе представлен обзор литературы. Во втором — описана методология исследования. В третьем — продемонстрированы результаты кластеризации регионов. В заключении обобщены выводы и рассмотрены перспективы дальнейших исследований.

1. Обзор литературы: роль наличных денег в современном мире

Несмотря на активное развитие инфраструктуры безналичных платежей, спрос на наличные деньги сохраняется на высоком уровне даже в развитых странах: от 4% в Норвегии (один из самых низких показателей) до 41% в Японии (один из самых высоких показателей)¹, что отчасти обусловлено следующими причинами:

- спрос на наличные деньги со стороны социально уязвимых категорий граждан (пенсионеров, мигрантов, малообеспеченных и др.), а также малого и среднего бизнеса [Spraanderman, 2020];
- переход на наличные деньги в случае чрезвычайных ситуаций и при сбое инфраструктуры безналичной оплаты;
- использование наличных как средства сбережения в периоды экономической или политической нестабильности, такие как кризисы, высокая инфляция, дефолты, санкции и др.;
- недостаточность инфраструктуры безналичной оплаты в труднодоступных населенных пунктах [Consultation on the Bank., 2022].

¹ Согласно данным опроса, проведенного в еврозоне, доля онлайн-платежей в повседневных платежах потребителей существенно выросла за последние пять лет (в стоимостном выражении с 18% в 2019 году до 36% в 2024-м). При этом большинство потребителей по-прежнему считают наличные важным вариантом оплаты — в 2024 году доля таких потребителей возросла до 62% опрошенных [Study on the Payment., 2022].

Проблемы и перспективы НДО затронуты в ряде научных публикаций, которые охватывают различные аспекты: роль, динамику и структуру наличных денег в современном мире, факторы спроса на них, влияние COVID-19, возможности группировки стран и субъектов и т. д.

Авторы работы [Shirai, Sugandi, 2019] изучили временные ряды движения наличных денег в обращении для 22 экономик² за период 2000–2018 годов, сгруппировали страны по уровню экономического развития и пришли к выводу, что объем наличных денег в обращении имеет долгосрочную тенденцию к росту практически во всех странах, за исключением Норвегии и Швеции, где широко применяются безналичные платежи. Авторы также выявили, что в группе развитых стран объем наличных денег в обращении в процентах от ВВП меньше (кроме Японии), чем в развивающихся, что объясняется высоким уровнем развития банковской системы в первой группе. В [Khiaonarong, Humphrey, 2023] проведено исследование отношения наличных денег в обращении к ВВП в 14 странах за период с 2005 по 2020 год³. В России в 2020 году было одно из самых высоких значений этого показателя среди исследуемых стран (около 16% при среднем показателе около 10%).

Важно отметить, что наличные деньги могут использоваться не только как средство оплаты, но и как средство сбережения. Автор работы [Криворучко, 2019] исследует факторы спроса на банкноты крупного номинала в разных странах мира, в том числе России, и приходит к выводу, что в странах с высоким уровнем экономического развития крупные купюры используются в большей мере как средство сбережения, причем эта тенденция усиливается в период низких учетных ставок.

Сохраняющийся спрос на наличные деньги, а также их возрастающая роль при чрезвычайных ситуациях делают актуальным более глубокое изучение проблем НДО, в частности в региональном разрезе. При этом встает вопрос о возможности проведения эмпирических исследований, подтверждающих или опровергающих предположения относительно того или иного аспекта НДО.

В зарубежных исследованиях термин «региональный кластер» ввел Майкл Энрайт, в дальнейшем установивший, что конкурентные преимущества региона создаются на определенных

² Авторы разделили исследуемые страны на развитые (Австралия, Великобритания, Дания, государства еврозоны, Канада, Норвегия, Республика Корея, Сингапур, США, Швеция, Япония) и развивающиеся (Бразилия, Индия, Индонезия, Китай, Малайзия, Мексика, Польша, Россия, Таиланд, Турция, Филиппины).

³ Авторы исследовали следующие страны: Австралию, Великобританию, государства еврозоны, Индонезию, Индию, Китай, Малайзию, Мексику, Норвегию, Россию, Сингапур, США, Таиланд, Швецию.

его территориях совокупностью связанных производственной цепочкой компаний [Пискун, Хохлов, 2019; Enright, 2000]. Неоднородность регионального развития России предопределила необходимость проведения кластерного анализа с применением переменных, отражающих уровень социально-экономического развития, уровень жизни населения и уровень дифференциации доходов населения в регионе [Боголюбова, Никитин, 2019].

Авторами в рамках исследования были выдвинуты три гипотезы.

Гипотеза 1. Для крупных номиналов (5000, 2000, 1000 руб.) характерна выраженная региональная неоднородность, проявляющаяся в формировании больших кластеров: как в приходных, так и в расходных операциях с наличными деньгами один из таких кластеров аккумулировал более половины общего количества наблюдений.

Гипотеза 2. В шоковые периоды 2020 и 2022 годов для банкнот различных номиналов была характерна выраженная региональная кластеризация: как в приходных, так и в расходных операциях с наличными деньгами один из выделенных кластеров аккумулировал более половины общего объема наблюдений.

Гипотеза 3. Некоторые регионы России в 2019–2023 годах относились к кластеру с уникальными характеристиками.

В зарубежной литературе данные НДО не раз подвергались эмпирическому анализу. В работе [Dias, 2018] рассматриваются несколько методов для оценки наличных денег в обращении в странах еврозоны. Автор применяет кластеризацию по методу Варда и k -средних к набору данных, отражающему уровень транзакций, благосостояния, степень открытости экономики, размер страны, развитие туризма, мотивацию к сбережениям и роль безналичных платежных инструментов в странах ЕС. Методы Варда и k -средних дали примерно одинаковый состав групп.

В [Bartzsch et al., 2011a; 2011b] анализируется спрос на евро, выпущенные в Германии. При помощи метода векторных моделей коррекции ошибок (vector error correction model, VECM) авторы показывают, что для банкнот малого номинала потребность в Германии в основном обусловлена внутренними транзакциями и запросом за пределами еврозоны. Что касается банкнот крупного номинала, их востребованность растет при подъеме цен на жилье в еврозоне и реального валютного курса и падает при росте процентных ставок. Для номиналов 50 и 100 евро авторам не удалось построить VECM, поэтому для них используются модели RegARIMA.

Группа исследований в области НДО посвящена прогнозированию спроса на наличные деньги, загружаемые в банкоматы. Рас-

чет точного прогноза объема для загрузки в банкоматы становится актуальной проблемой для коммерческих банков, поскольку недостаточность загрузки может привести к отсутствию денег в банкомате и, как следствие, оттоку клиентов банка, а также к росту социального напряжения.

С развитием искусственного интеллекта передовые технологии машинного обучения нашли применение в анализе больших данных и прогнозировании спроса на наличные деньги, загружаемые в банкоматы [Simutis et al., 2008]. Авторы работы [Venkatesh et al., 2014] объединили банкоматы в кластеры со схожими моделями снятия наличных в зависимости от дня недели, затем для каждого кластера построили четыре вида нейронных сетей, из которых групповой метод обработки данных (group method of data handling, GMDH) дал лучший результат. Авторы утверждают, что полученный результат лучше, чем у других исследовательских коллективов, именно благодаря применению кластеризации, за которой последовала фаза прогнозирования. Кроме того, примененный подход дал гораздо меньшие значения симметричной средней абсолютной процентной ошибки (symmetric mean absolute percentage error, SMAPE), чем прогнозирование по всей выборке без кластеризации. С точки зрения управленческого подхода выявление кластеров банкоматов с аналогичными ежедневными тенденциями спроса на наличные деньги помогает банку разрабатывать планы пополнения наличных средств для всех банкоматов из кластера.

Оптимальное количество кластеров может варьироваться в зависимости от анализируемых данных и от целей исследования. Например, авторы работы [Кетова и др., 2021] из 65 показателей социально-экономического развития выделяют 15 базовых индикаторов методом главных компонент и формируют пять кластеров российских регионов; в [Протасов, Юров, 2022] выделяются три кластера на основе восьми показателей социально-экономического развития; в [Заварухин и др., 2022] — четыре группы на основе экономических и инновационных показателей.

В настоящее время в научно-исследовательской среде отсутствуют работы, систематически рассматривающие проблему группировки субъектов России путем анализа операционных характеристик движения наличной денежной массы. Восполнение этого дефицита необходимо для выявления дифференцированных закономерностей регионального денежного оборота, детального изучения специфики социально-экономических процессов и обоснования оптимальных инструментов для построения прогнозных моделей.

2. Методология исследования

Существуют различные метрики расчета расстояний между объектами и кластерами, а также различные способы агрегаций дистанций:

- 1) внутрикластерное расстояние — удаленность друг от друга объектов внутри одного кластера: расстояние по полному диаметру, среднее расстояние по диаметру, расстояние по диаметру центроида (подробнее в приложении 1);
- 2) межкластерное расстояние — удаленность друг от друга объектов, относящихся к разным кластерам: одиночная связь или расстояние до ближайшего соседа, полная или максимальная связь (расстояние до наиболее удаленных соседей), расстояние центроидной связи, среднее расстояние связи, метод Варда (подробнее в приложении 2);
- 3) способы расчета дистанций: Евклидово расстояние, квадрат Евклидова расстояния, расстояние городских кварталов (манхэттенское расстояние), расстояние Чебышева, степенное расстояние (подробнее в приложении 3).

Лучшим методом кластеризации считается тот, который приводит к минимизации внутрикластерного расстояния и максимизации — межкластерного.

Данные, рассматриваемые в настоящей статье, представляют собой временные ряды, что затрудняет процесс построения кластерных моделей. В частности, проблема заключается в зависимости наблюдения t -го периода от периода $t - 1$, а наблюдения периода $t - 1$ — от наблюдения периода $t - 2$ и т. д. По этой причине исследователи вместо кластеризации самих временных рядов используют компоненты, описывающие этот ряд: тренд, сезонность, максимальные и минимальные значения и др.

Существующие методы снижения размерности данных, например метод главных компонент (principal component analysis, PCA) библиотеки Scikit-learn, требуют независимости одних данных от других. Более сложные методы снижения размерности, позволяющие работать с временными рядами, такие как функциональный метод главных компонент (functional principal component analysis, FPCA), требуют введения дополнительных ограничений, что затрудняет процесс интерпретации полученных результатов.

При построении корреляционно-кластерных моделей используется теорема Клейнберга, согласно которой не существует универсального алгоритма кластеризации [Kleinberg, 2002], что, в свою очередь, укрепляет роль исследователя при интерпретации

результатов. Несмотря на это, представляется, что кластеризация регионов⁴ на основе данных временных рядов России всё же возможна, однако требует большей вовлеченности исследователя для контроля процесса построения кластеров.

Особенностью временных рядов, которую следовало учитывать при анализе, является существование в них параметров тренда и вариативности (волатильности). Для возможности работы с этими параметрами и нивелирования влияния разных масштабов наблюдений по регионам России данные были нормализованы.

Самыми распространенными методами нормализации являются методы «Мин — Макс» и z -масштабирование (Z -score). Каждый метод обладает своими преимуществами и используется для решения разных задач:

- метод «Мин — Макс» чаще используется в задачах классификации и кластеризации, а z -масштабирование больше подходит для задач регрессии и методов, основанных на предположении о нормальном распределении данных;
- метод «Мин — Макс» приводит все значения в диапазон $[0, 1]$, а в методе z -масштабирования диапазон зависит от распределения данных и могут получиться как положительные, так и отрицательные значения;
- метод «Мин — Макс» чувствителен к статистическим выбросам: при наличии таковых большинство значений может оказаться сжатым в узком интервале;
- средние значения нормализованных данных по методу «Мин — Макс» входят в диапазон $[0, 1]$, а средние значения нормализованных данных по методу z -масштабирования равны 0.

В настоящей работе используются оба метода нормализации данных, но для каждого параметра свой: по методу «Мин — Макс» — для параметра «тренд» и по методу z -масштабирования — для параметра «вариативность», при этом метод z -масштабирования был адаптирован. Все полученные нормализованные значения были взяты по модулю, а средние значения находились по измененному ряду. Таким образом удалось решить проблему обнуления средних значений, что, в свою очередь, дало возможность учитывать среднюю вариативность ряда.

Далее обобщается и описывается авторский алгоритм построения кластерных моделей с применением корреляционно-кластерного и кластерного методов. Методы Варда и k -средних

⁴ В настоящей работе под исследуемыми регионами понимаются те, в которых присутствуют подразделения Банка России, — их значительно меньше, чем, например, по ОКATO.

служат вспомогательным инструментарием. Более подробный анализ НДО с использованием этих методов кластеризации может стать предметом последующих исследований.

Предобработка данных

В качестве исходной информации использовались ежемесячные данные формы отчетности по номиналам банкнот и монеты. Данные отражают операции поступления/выдачи наличных денег кредитным организациям в кассу / из кассы подразделения Банка России. Глубина данных — 2019–2023 годы.

Предобработка данных включала следующие шаги:

- 1) разбиение массива данных по периодам. При этом для корреляционно-кластерного анализа (базовой модели) использовался массив данных, разбитый по 12 месяцам каждого года, что обусловлено существованием выраженного сезонного фактора, а также наличием статистических выбросов в данных за 2020 и 2022 годы. Для проведения кластерного анализа методами Варда (иерархическая кластеризация) и k -средних использовались данные за следующие годы (по 36 месяцев): 2019-й, 2021-й, 2023-й для каждого номинала наличных денег;
- 2) разбиение массива данных по номиналам. Рассматривались номиналы банкнот, по которым на ноябрь 2024 года (начало проведения исследования) имелось достаточное количество данных, пригодных для анализа.

Ниже описываются методы выбора оптимального количества кластеров, а также методы построения кластерных моделей.

«Метод локтя» для определения оптимального количества кластеров

Решение о количестве кластеров для последующего анализа принимает исследователь экспертным путем на основе своих знаний предметной области, а также исходя из целей исследования. При этом существуют методы, которые могут помочь обосновать выбор количества этих кластеров, например «метод локтя» [Deng, Liu, 2021; Syakur et al., 2018] и «метод силуэта» [Kachouie, Shutaywi, 2021; Nicholas, Shahapure, 2020]. В настоящем исследовании используется «метод локтя» ввиду простоты его реализации, высокой скорости вычислений, а также меньшей чувствительности к статистическим выбросам.

Основная идея «метода локтя» заключается в анализе изменения качества кластеризации, которое оценивается через сумму квадратов ошибок расстояния до центра кластера (центроида / центра тяжести) внутри кластера (сумму внутрикластерного расстояния), в то время как оптимальное количество кластеров определяется как точка, в которой дальнейшее увеличение числа кластеров уже не приводит к существенному улучшению качества построенных моделей [Cui, 2020]. Таким образом находится баланс между погрешностью вычисляемой дисперсии и сложностью модели, что позволяет избежать проблемы недообучения и переобучения алгоритма кластеризации [Apriliga, Hesananda, 2024].

Несмотря на то что «метод локтя» способен дать визуальное представление об оптимальном количестве кластеров, он не лишен недостатков в виде субъективной интерпретации результатов анализа [Schubert, 2023; Thorndike, 1953]. Для проверки правильности выделенных кластеров можно дополнительно построить иерархическую кластеризацию (дендрограмму) методом Варда.

Корреляционно-кластерный метод — базовая модель исследования

В качестве базовой модели используется корреляционно-кластерный метод нахождения групп регионов, что обусловлено простотой интерпретации результатов модели и несложностью применяемых математических формул.

Для определения тактики работы с первой группой регионов применяется матрица приоритетов (рис. 1). Ось абсцисс отвечает за значения коэффициента корреляции, ось ординат — за максимальный уровень схожести групп, выраженный в количестве регионов, входящих в группу. Матрица содержит 6 ячеек и предусматривает возможность вхождения в одну из двух типов групп — приоритетные/неприоритетные группы.

В зависимости от того, какая ячейка оказывается наиболее предпочтительной, стратегия работы с этой группой регионов разнится.

- Приоритетные группы: (1) наилучшие условия для выделения больших групп ($n = 42$); (2) оптимальные условия для выделения больших ($n = 42$) и средних ($n = 30$) групп; (3) оптимальные условия для выделения малых групп ($n = 20$), где n — это количество регионов в группе⁵.

⁵ Всего в исследовании анализируется 81 регион. Правило отбора для большой группы предусматривает выбор 42 регионов, что составляет половину от 81 региона плюс один ($41 + 1$). Для средней и малой групп количество регионов снижалось с шагом 12 и 10 соответственно — до 30 и 20 регионов в группах.

- Неприоритетные группы: (1) второстепенные условия для выделения больших ($n = 42$) и средних ($n = 30$) групп; (2) второстепенные условия для выделения малых групп ($n = 20$); (3) нецелесообразность выделения групп: общие факторы спроса не выражены или выражены слабо ($n < 20$, $r < 0,45$), где n — это количество регионов в группе, r — средний коэффициент корреляции для группы регионов (из 42, 30 или 20 регионов).



Источник: составлено авторами.

Рис. 1. Матрица приоритетов при выделении групп регионов РФ (ось ординат — максимальный уровень схожести группы, ось абсцисс — коэффициент корреляции)

Fig. 1. Matrix of Priorities in the Allocation of Groups of the Russian Federation's Regions (y-axis — maximum level of group similarity, x-axis — correlation coefficient)

Оптимизационные методы решения задач помогли найти наибольший показатель корреляции для выделения групп из 42, 30 и 20 регионов. Полученные результаты позволили оценить потенциальную величину выделяемых групп регионов в соответствии с приоритетами исследования.

В ходе исследования была оценена хронологическая устойчивость положения региона в той или иной группе, чтобы исключить ситуацию, когда большая часть регионов в одном году относится к одной группе, а в других периодах — к другой. Наличие такой неопределенности в значительных масштабах могло бы поставить под сомнение результаты исследования. Поэтому все регионы были поделены на подгруппы устойчивости:

- высокоустойчивая подгруппа 1 — регионы, которые неизменно пребывают в одной и той же группе в каждом исследуемом периоде;

- среднеустойчивая (стабильная) подгруппа 2 — регионы, которые в разные годы входят в два вида групп;
- неустойчивая подгруппа 3 — регионы, которые в разные периоды входили во все три группы.

Для того чтобы проследить устойчивость региона в подгруппах, была построена таблица с распределениями регионов по группам за каждый год. Ожидалось, что регионы чаще входят в высокоустойчивые или среднеустойчивые (стабильные) подгруппы.

Иерархическая кластеризация методом Варда

В настоящем исследовании для иерархической кластеризации применялся метод Варда с расчетом Евклидова расстояния. Формат кластеризации позволяет на основе визуального анализа схем и графиков самостоятельно определять линию отсечения для выделения кластеров. Этот алгоритм минимизирует сумму квадратичных отклонений объектов внутри каждого кластера от центра тяжести своего кластера (инертности). Задача метода заключается в последовательном объединении ближайших пар кластеров таким образом, чтобы минимизировать увеличение общей внутрикластерной дисперсии [Ward, 1963]. На начальной стадии каждый объект представляет собой отдельный кластер, далее объединяются два ближайших кластера. Процесс объединения кластеров длится до тех пор, пока не будет построен один-единственный большой кластер, включающий все объекты.

Если ветви дендрограммы соединены на уровне, близком к оси абсцисс, значит, соответствующие объекты схожи и принадлежат одному классу. Соединение ветвей в отдалении от оси абсцисс означает, что эти объекты сильно отличаются друг от друга. Горизонтальные линии показывают, на каком уровне произошло объединение: чем ближе горизонтальная линия к основанию дендрограммы, тем раньше произошло объединение.

Метод k -средних

В настоящем разделе описываются особенности кластеризации методом k -средних (K-Means). Этот метод основан на итеративном повторении двух шагов: распределения объектов выборки по кластерам и пересчета центров кластеров. Метод k -средних стремится минимизировать суммарное квадратичное отклонение точек кластеров от центров этих кластеров (аппроксимация к распределению относительно центроида).

Для кластеризации методом k -средних используется следующий итерационный алгоритм:

- 1) выбирается число кластеров экспертным путем с использованием информации из графика, представленного «методом локтя»;
- 2) из исходного множества данных случайным образом выбираются k наблюдений, которые будут служить начальными центрами кластеров;
- 3) для каждого наблюдения исходного множества определяется ближайший к нему центр кластера. При этом записи, «притянутые» определенным центром, образуют начальные кластеры;
- 4) вычисляются центроиды — центры тяжести кластеров. Каждый центроид — это вектор, элементы которого представляют собой средние значения соответствующих признаков, вычисленные по всем записям кластера;
- 5) центр кластера смещается в его центроид, после чего центроид становится центром нового кластера;
- 6) шаги 3 и 4 итеративно повторяются. На каждой итерации происходит изменение границ кластеров и смещение их центров. В результате минимизируется расстояние между элементами внутри кластеров и увеличиваются межкластерные расстояния.

Остановка алгоритма производится тогда, когда границы кластеров и расположение центроидов перестанут изменяться от итерации к итерации, то есть на каждой итерации в каждом кластере будет оставаться один и тот же набор наблюдений.

Методы k -средних и Варда обладают недостатком в виде непоследовательного непарного учета компонент X и Y [Ghosal et al., 2020], что затрудняет анализ. По этой причине в исследовании особое внимание уделяется корреляционно-кластерному методу, который позволяет исследователю вносить правки на любом из этапов построения моделей.

3. Результаты исследования

Результаты кластеризации с использованием корреляционно-кластерного метода

В приложении 4 представлены результаты расчетов оптимального количества кластеров «методом локтя» для каждого номинала банкнот и монет по приходу и расходу. На основе результатов, полученных «методом локтя», было принято решение по каждому номиналу прихода и расхода выделить три кластера. При этом для

отдельных номиналов оптимальное количество составляло два кластера (например, для номинала 1 руб. по приходу) или четыре кластера (например, для номиналов 2000, 1000 и 5 руб. по расходу). К тому же в ходе последующего анализа результатов за 2022 год возникла проблема выделения даже трех кластеров, так как шоки, случившиеся в феврале и сентябре 2022 года, повлияли практически на все регионы. Из-за этого в 2022 году как по приходу, так и по расходу выделялись один большой кластер и несколько малых.

При этом существуют годы и номиналы, когда можно выделить более трех кластеров. Особенно это актуально для номиналов банкнот 2000 руб. (в 2021 году по приходу) и 200 руб. (в 2022 году по приходу). В этих номиналах выделялись большие третьи группы, в которых динамика приходно-расходных операций имела значительные флуктуации. Поэтому в третий кластер входили уникальные регионы, динамика которых значительно отличалась от регионов первого и второго кластеров.

Оценка предрасположенности регионов к группировке по каждому номиналу за каждый исследуемый год по приходу представлена в приложении 5, по расходу — в приложении 6.

В приходных операциях по номиналам:

- 5000, 1000 и 500 руб. стабильно выделяются большие группы регионов;
- 100, 10 и 5 руб. выделяются большие и средние группы регионов;
- 2000, 200, 50, 2 и 1 руб. наблюдаются самые малые группы.

На наш взгляд, причины таких результатов следующие: поскольку номиналы 5000, 1000, 500 руб. чаще встречаются в обращении, их выделение в большие группы указывает на то, что приходные операции в большинстве регионов демонстрируют схожую динамику. Это закономерно, учитывая, что на объем наличных денег в обращении оказывают влияние общенациональные факторы, такие как ключевая ставка и шоковые события.

В расходных операциях по номиналам:

- 5000, 2000, 1000, 500 и 100 руб. стабильно выделяются большие группы регионов;
- 50 руб. выделяются большие и средние группы регионов;
- 200, 2 и 1 руб. наблюдаются большие, средние и малые группы;
- 10 и 5 руб. наблюдаются большие, средние и малые группы, однако в 2023 году выделение групп регионов для этих номиналов оказалось нецелесообразным ввиду низкой корреляции между значениями расходных операций.

В расходных операциях в номиналы с большими группами добавились 2000 и 100 руб. Объясняется это тем, что выдача коммерческим банкам этих номиналов происходит примерно в одинаковом процентном соотношении к общему объему выданных денег и, как упоминалось выше, на общую динамику воздействуют общенациональные факторы.

В приложении 7 представлено процентное распределение регионов по группам по приходу и расходу за 2019–2023 годы. Результаты анализа данных за 2019, 2020, 2021 и 2023 годы в большинстве случаев позволяли выделить три группы. В 2022 году регионы по некоторым номиналам вместо трех групп объединялись в одну огромную с очень высокой корреляцией между собой.

Наибольшее количество регионов, образующих группы с общими факторами спроса по приходу, у номиналов 5000, 1000 и 500 руб.: в среднем доля таких регионов составляет 76,8%; по номиналу 2000 руб. — 70,7%. Общие тренды наблюдаются в расходе по номиналам банкнот 5000, 1000, 500 и 100 руб.: в среднем 89,1% регионов по каждому из этих номиналов образуют группы. По номиналам 5000 и 1000 руб. выявлены максимальные доли регионов, образующих группы, и эти доли равны 93,1 и 91,7% соответственно.

Неоднозначные результаты наблюдаются у монет как по приходу, так и по расходу: лишь 49,6% регионов по приходу и 44,0% — по расходу в среднем могут образовывать группы с общими факторами спроса. Это объясняется тем, что с ростом доли безналичных платежей всё меньше монет используется в обороте и в связи с этим операции по приему и выдаче монет носят нерегулярный характер. У банкнот самые малые группы регионов образуются по номиналу 200 руб.: в среднем лишь 36,5% регионов по приходу и 44,2% — по расходу могут объединяться в группы со схожими факторами спроса на наличные деньги.

Проверка устойчивости демонстрирует, что в среднем 66,9% регионов по приходу и 75,1% — по расходу относятся к подгруппам с высокой и средней (стабильной) устойчивостью, что подтверждает надежность применения полученных результатов на практике (подробнее в приложении 8).

Результаты кластеризации методами Варда и k -средних

В настоящем разделе представлены результаты построения кластерных моделей методами Варда и k -средних для номинала 5000 руб. по приходу, что обусловлено высоким удельным весом этого номинала как в общей сумме банкнот (88%), так и в общем

количестве банкнот (37% по состоянию на 1 апреля 2025 года) [Структура наличной денежной..., 2025].

Результаты построения кластеров регионов методом Варда демонстрируют существование как трех больших кластеров, так и пяти небольших, в зависимости от линии отсечения (рис. 2). В обоих сценариях выделяется один регион, обладающий уникальной динамикой приходных операций, — Республика Ингушетия. Результаты построения кластеров регионов методом k -средних для номинала 5000 руб. по приходу по большей части подтверждают результаты кластеризации методом Варда, а также уникальную динамику приходных операций в Республике Ингушетия.

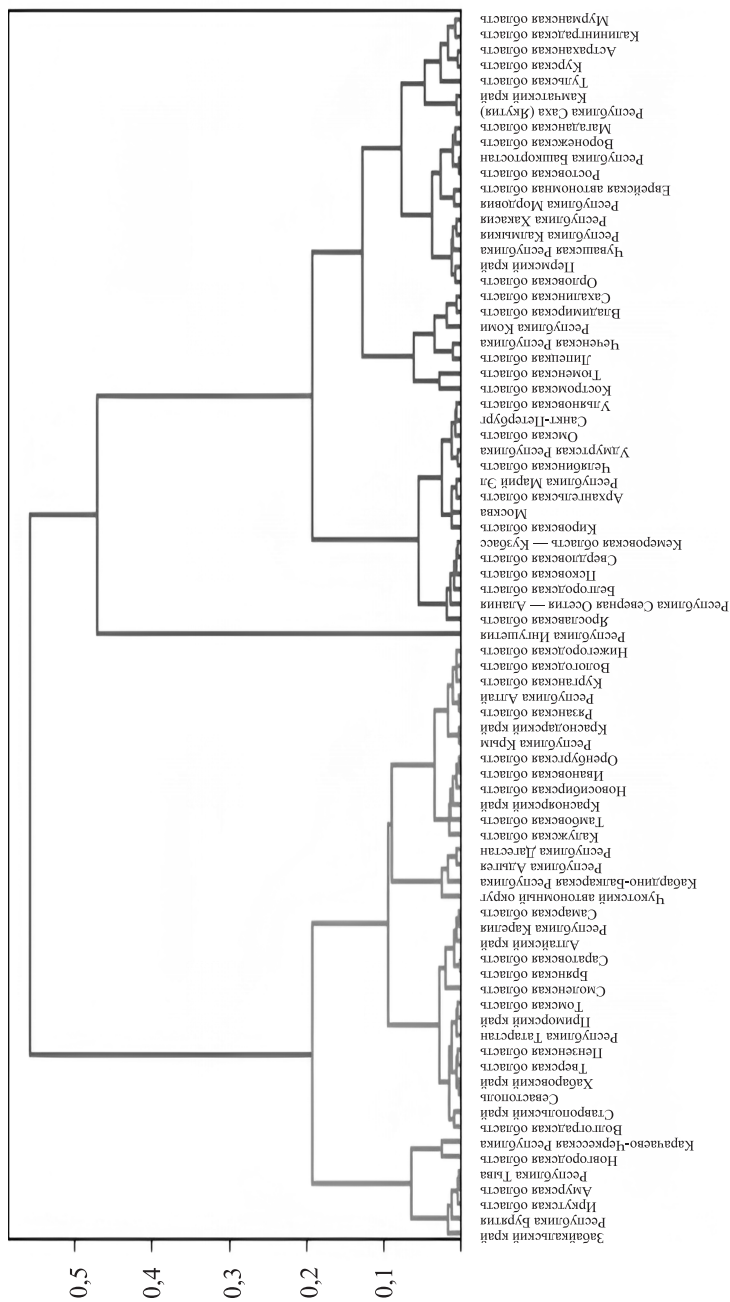
Полученные результаты кластеризации могут быть использованы при прогнозировании приходных операций по номиналу 5000 руб. в подразделениях Банка России и коммерческих банках. Выделение кластеров позволит повысить точность прогнозов, а также уменьшит трудозатраты при составлении одного сценария для группы регионов, а не для каждого региона по отдельности.

Заключение

Несмотря на популяризацию безналичных способов оплаты, наличные деньги продолжают оставаться универсальным средством оплаты товаров и услуг в тех местах, где отсутствуют электронные терминалы и доступ к сети Интернет. Наличные деньги также обеспечивают надежность функционирования финансового сектора в чрезвычайных ситуациях, когда цифровые платформы становятся недоступны из-за технических сбоев, стихийных бедствий или кибератак. По этим причинам резерв наличных денег снижает риски массового кризиса доверия к банковской системе. Различные регионы России могут иметь специфические особенности, влияющие на динамику ПРО. Авторы настоящего исследования исходили из того, что понимание таких особенностей позволит сконструировать оптимальные инструменты для построения прогнозных моделей.

Гипотеза 1 получила частичное подтверждение. Эмпирические данные позволили выявить следующие закономерности.

1. По номиналам 5000 и 1000 руб. гипотеза о формировании больших кластеров подтвердилась. Для обоих номиналов — как по приходным, так и по расходным операциям — в структуре региональных группировок действительно сформировался кластер, объединяющий более половины всех регионов. Это свидетельствует о высокой степени однородности региональной динамики использования указанных купюр в обороте наличных денег.



Примечание. Включены 80 регионов РФ, по которым имеются полные данные о ПРО за исследуемый период.
 Источник: построено авторами.

Рис. 2. Дендрограмма распределения регионов по методу Варда для номинала 5000 руб. по приходу
 Fig. 2. Ward's Method Dendrogram for Regions Based on the 5,000 Ruble Note (inflows)

2. По купюре номиналом 2000 руб. гипотеза не нашла полного эмпирического подтверждения. Полученная группировка характеризуется высокой степенью фрагментации, что указывает на отсутствие единообразного паттерна использования этой банкноты в региональном разрезе.

Вывод: первоначальное предположение о существовании универсальной закономерности для всех крупных номиналов не подтвердилось. Можно констатировать, что гипотеза верна для купюр 5000 и 1000 руб., но требует пересмотра в части купюр номиналом 2000 руб., поведение которых в региональном обороте наличности демонстрирует специфическую, более дифференцированную структуру.

Гипотеза 2 получила полное подтверждение. Анализ данных за обозначенные шоковые периоды выявил устойчивую региональную тенденцию.

1. В 2020 году, который характеризовался влиянием пандемии COVID-19 и сопутствующими ограничительными мерами, для большинства исследуемых номиналов банкнот была зафиксирована консолидация регионов в рамках одного доминирующего кластера, охватывающего свыше 50% всех наблюдений.

2. В 2022 году, когда начался период высокой геополитической и макроэкономической неопределенности, кластерная структура продемонстрировала аналогичный паттерн. Для ключевых номиналов также был идентифицирован крупнейший кластер, объединяющий более половины регионов.

Вывод: полученные результаты позволяют утверждать, что в условиях значительных экзогенных шоков региональные паттерны использования наличных денег различных номиналов склонны к унификации. Формирование доминирующих кластеров указывает на нивелирование региональной специфики и преобладание общенациональных факторов (изменение потребительского поведения, адаптация к неопределенности, единые меры экономической политики) в формировании структуры наличного денежного обращения.

Гипотеза 3 также получила эмпирическое подтверждение. Анализ продемонстрировал устойчивое сохранение уникальной групповой идентичности для определенных субъектов Российской Федерации на протяжении всего исследуемого периода. В результате применения итеративного подхода к кластеризации по ежегодным данным был идентифицирован отдельный кластер, траектория и структурные характеристики которого существенно отклонялись от общероссийских трендов и динамики других региональных групп.

Полученные данные однозначно подтверждают наличие в региональной структуре России устойчивых таксономических еди-

ниц — групп регионов с уникальными и стабильными во времени характеристиками денежного обращения. Это позволяет сделать вывод о существовании долгосрочных, институционально или географически обусловленных различий в функционировании региональных экономических систем, которые проявляются в устойчивых паттернах использования наличности и не нивелируются под воздействием общенациональных шоков.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие общие выводы.

1. Региональные данные о приходно-расходных операциях обладают хорошими предпосылками для статистической группировки.

2. Во всех номиналах по приходу и практически во всех — по расходу (кроме монет в 10 и 5 руб. в 2023 году) удалось выделить большие, средние или малые группы регионов. В приходе большие группы стабильно выделяются по номиналам 5000, 1000 и 500 руб. Это закономерно, учитывая, что на объем наличных денег в обращении оказывают влияние общенациональные факторы, такие как ключевая ставка и шоковые события.

3. Кластерные модели, построенные методами Варда и k -средних с использованием параметров «тренд» и «вариативность», позволяют построить кластерные модели с более длинными временными рядами и выявить дополнительные особенности каждого региона. Полученные результаты кластеризации будут полезны в практике прогнозирования приходных операций.

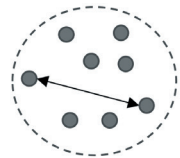
Настоящее исследование направлено преимущественно на постановку научной проблемы о необходимости более детального изучения НДО с акцентом на построение кластерных моделей на основе региональных данных. В последующих исследованиях планируется сравнить качество прогнозных моделей для ПРО с использованием кластеризации и без кластеризации.

Приложение 1

Формулы для расчета внутрикластерного расстояния

Appendix 1

Formulas for Calculating Intracluster Distance

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета	Визуальное отображение метрики
Расстояние по полному диаметру	Самое дальнее расстояние между двумя точками в кластере	$\delta(s) = d(x, y)$	

О к о н ч а н и е п р и л о ж е н и я 1

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета	Визуальное отображение метрики
Среднее расстояние по диаметру	Среднее расстояние между всеми точками в кластере	$\delta(s) = \frac{1}{ S (S - 1)} \sum_{x, y \in S, x \neq y} d(x, y),$ где $ S $ — количество наблюдений (точек) в S	
Расстояние по диаметру центроида	Рассчитывается двойное среднее расстояние между точками и центром кластера	$\delta(s) = 2 \left(\frac{\sum_{x \in S} d(x, c_s)}{ S } \right),$ где c_s может быть рассчитано как $\frac{\sum_{x \in S} x}{ S }$, $ S $ — центр и количество точек в S	 2 × ● Центр кластера

Примечание. Центр означает точку внутри окружности, равноудаленную от всех точек на окружности, тогда как центроид — точку в центре любой фигуры.

Источник: построено авторами на основе материалов Anh-Thi Dinh: <https://dinhthi.com/note/k-means-clustering/>; пользовательского путеводителя по Scikit-learn: <https://scikit-learn.org/stable/modules/clustering.html#different-linkage-type-ward-complete-average-and-single-linkage>.

П р и л о ж е н и е 2

Формулы для расчета межкластерного расстояния

A p p e n d i x 2

Formulas for Calculating Intercluster Distance

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета	Визуальное отображение метрики
Одиночная связь (расстояние ближайшего соседа)	Минимальное расстояние между двумя объектами, принадлежащими к двум разным кластерам	$\delta(S, T) = d(x, y)$	
Полная (максимальная) связь	Расстояние между двумя наиболее удаленными объектами, принадлежащими к двум разным кластерам	$\delta(S, T) = d(x, y)$	
Расстояние центроидной связи	Расстояние между двумя центрами двух кластеров	$\delta(S, T) = d(c_S, c_T),$ где c_S, c_T — центры S, T . Они могут быть рассчитаны как: $\frac{\sum_{x \in S} x}{ S }$ и $\frac{\sum_{x \in T} x}{ T }$, где $ S , T $ — значения элементов в S, T	 * Центр кластера

О к о н ч а н и е п р и л о ж е н и я 2

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета	Визуальное отображение метрики
Среднее расстояние связи	Среднее расстояние между всеми объектами в двух кластерах	$\delta(S, T) = \frac{1}{ S T } \sum_{x \in S, y \in T} d(x, y)$	
Метод Варда (метод минимальной дисперсии)	Разница в отклонениях между группой из двух рассматриваемых кластеров и предполагаемым кластером, объединяющим эти два кластера [Ward, 1963]	$\delta(S, T) = \frac{\sum_{x \in S \cup T} \ x - c_{S \cup T}\ ^2}{ S \cup T } - \left(\frac{\sum_{x \in S} \ x - c_S\ ^2}{ S } + \frac{\sum_{x \in T} \ x - c_T\ ^2}{ T } \right) = \frac{ S T }{ S + T } \ c_S - c_T\ ^2$ где c_S, c_T — центры S, T , а $ S , T $ — значения элементов в S, T	

Примечание. Центр означает точку внутри окружности, равноудаленную от всех точек на окружности, тогда как центроид — точку в центре любой фигуры.

Источник: построено авторами на основе материалов Anh-Thi Dinh: <https://dinhhanthi.com/note/k-means-clustering/>; пользовательского путеводителя по Scikit-learn: <https://scikit-learn.org/stable/modules/clustering.html#different-linkage-type-ward-complete-average-and-single-linkage>.

П р и л о ж е н и е 3

Формулы для расчета «дистанции» при кластеризации

A p p e n d i x 3

Formulas for Calculating “Distance” in Clustering

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета
Евклидово расстояние	Представляет собой геометрическое расстояние в многомерном пространстве; наиболее распространенный метод расчета внутрикластерного расстояния	$d(x, y) = \sqrt{\sum_i^n (x - y)^2}$
Квадрат Евклидова расстояния	Применяется для придания большего веса более отдаленным друг от друга объектам	$d(x, y) = \sum_i^n (x - y)^2$
Расстояния городских кварталов (манхэттенское расстояние)	Используется как мера, в которой влияние отдельных больших разностей (статистических выбросов) уменьшается (так как они не возводятся в квадрат)	$d(x, y) = \sum_i^n x - y $
Расстояние Чебышева	Используется, когда необходимо определить два объекта как различные, если они различаются по какой-либо одной координате	$d(x, y) = (x - y)$

О к о н ч а н и е п р и л о ж е н и я 3

Название метрики	Описание метрики	Формула для расчета
Степенное расстояние	Применяется, когда необходимо увеличить или уменьшить вес, относящийся к размерности, для которой соответствующие объекты сильно различаются	$d(x, y) = \sqrt[r]{\sum_i^n (x_i - y_i)^p}$, где r и p — параметры, определяемые пользователем: p отвечает за постепенное взвешивание разностей по отдельным координатам, r — за прогрессивное взвешивание больших расстояний между объектами. Если оба параметра равны 2, то это расстояние совпадает с Евклидовым расстоянием

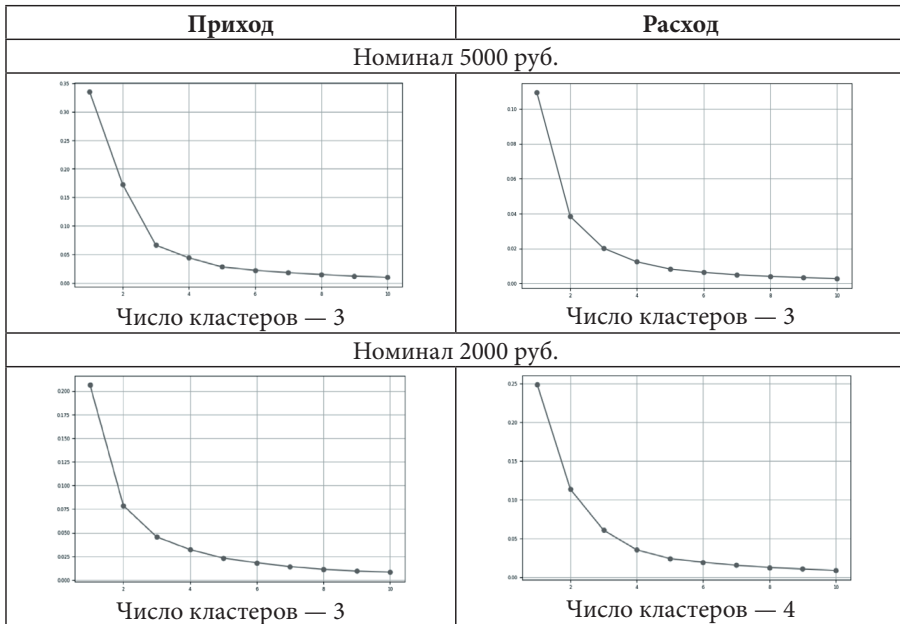
Источник: построено авторами на основе пользовательского путеводителя по Scikit-learn: <https://scikit-learn.org/stable/modules/clustering.html#different-linkage-type-ward-complete-average-and-single-linkage>.

П р и л о ж е н и е 4

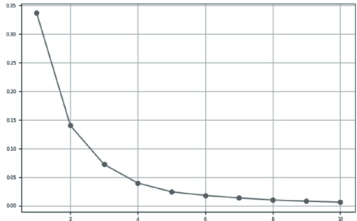
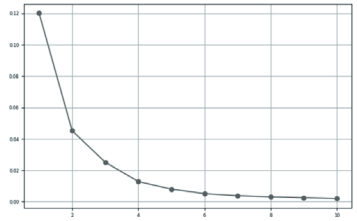
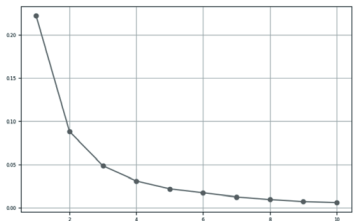
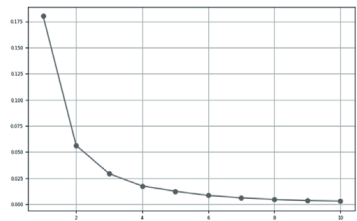
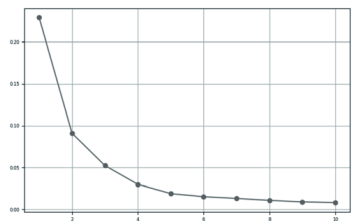
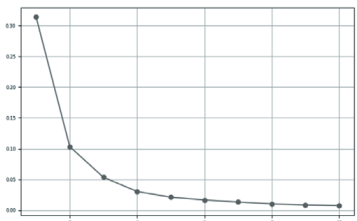
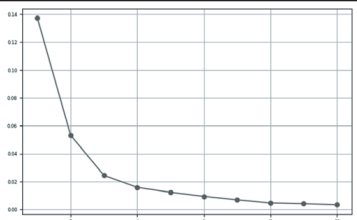
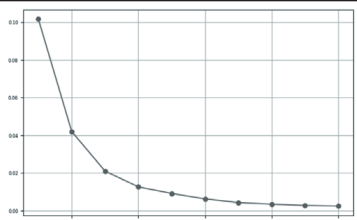
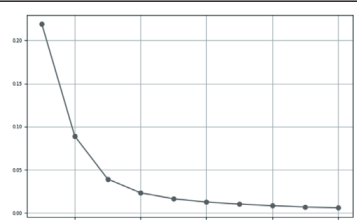
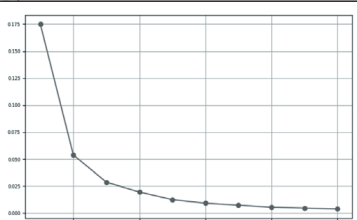
Количество оптимальных кластеров для номиналов банкнот и монет по приходу и расходу, найденных «методом локтя»

A p p e n d i x 4

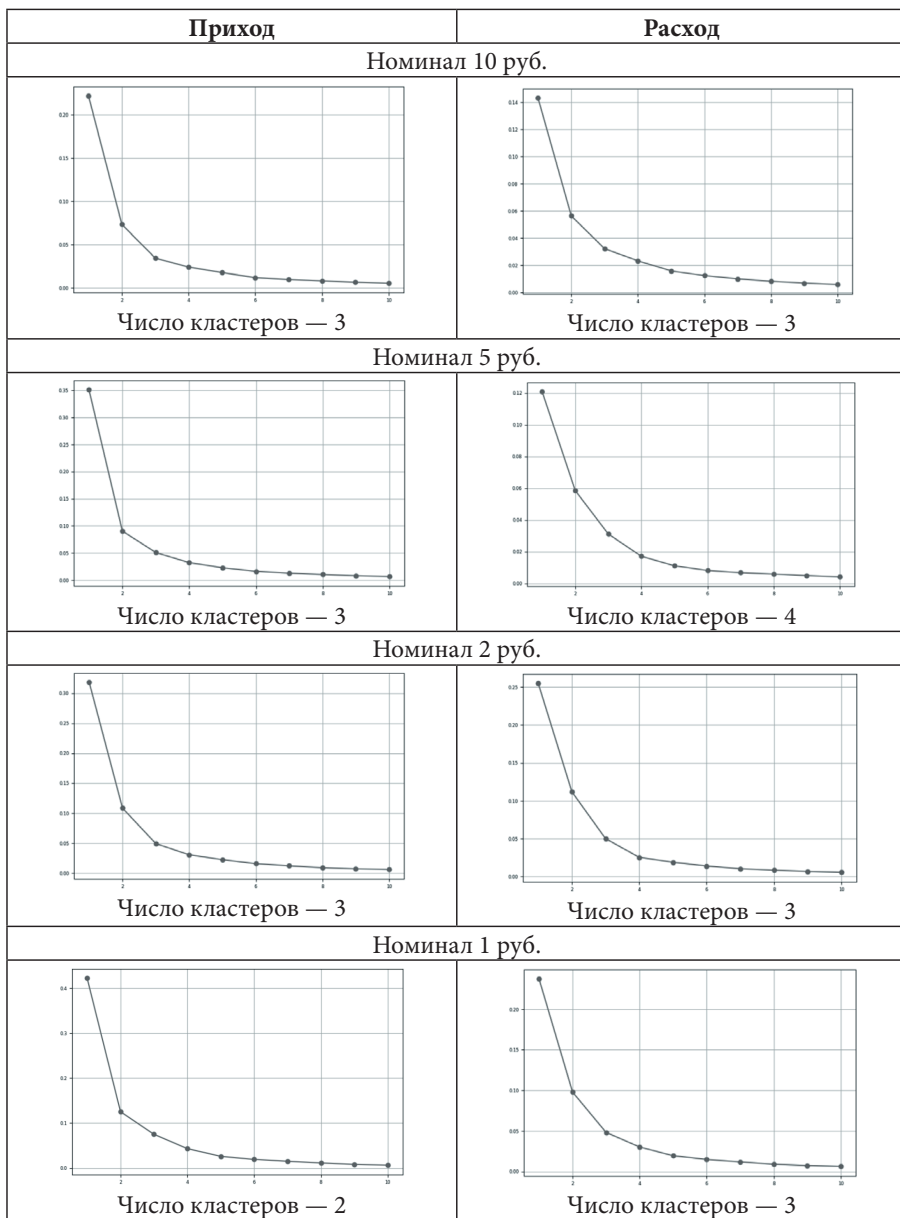
Number of Optimal Clusters for Banknote and Coin Denominations by Income and Expenditure, Found Using the Elbow Method



Продолжение приложения 4

Приход	Расход
Номинал 1000 руб.	
 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>	 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 4</p>
Номинал 500 руб.	
 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>	 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>
Номинал 200 руб.	
 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>	 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>
Номинал 100 руб.	
 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>	 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>
Номинал 50 руб.	
 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>	 <p style="text-align: center;">Число кластеров — 3</p>

О к о н ч а н и е п р и л о ж е н и я 4



Примечание. По оси X указано количество кластеров, по оси Y — сумма квадратов внутрикластерных расстояний.

Источник: построено авторами.

П р и л о ж е н и е 5

А р р е п е н д и к 5

Результаты первого шага исследования по приходу, коэффициент корреляции

Results of the First Phase of the Cash Receipts Study, Correlation Coefficient

Номинал (руб.)	2019	2020	2021	2022	2023
5000	Большая группа — 0,759	Большая группа — 0,851	Большая группа — 0,721	Большая группа — 0,984	Большая группа — 0,846
2000	Большая группа — 0,604	Средняя группа — 0,625	Малая группа — 0,704	Большая группа — 0,962	Средняя группа — 0,612
1000	Большая группа — 0,770	Большая группа — 0,747	Большая группа — 0,675	Большая группа — 0,956	Большая группа — 0,758
500	Большая группа — 0,808	Большая группа — 0,722	Большая группа — 0,655	Большая группа — 0,928	Большая группа — 0,765
200	Малая группа — 0,648	Средняя группа — 0,657	Малая группа — 0,625	Средняя группа — 0,726	Малая группа — 0,622
100	Большая группа — 0,716	Большая группа — 0,750	Средняя группа — 0,650	Большая группа — 0,800	Большая группа — 0,702
50	Средняя группа — 0,652	Средняя группа — 0,731	Малая группа — 0,644	Малая группа — 0,688	Средняя группа — 0,603
10	Большая группа — 0,633	Большая группа — 0,783	Средняя группа — 0,684	Средняя группа — 0,650	Средняя группа — 0,739
5	Средняя группа — 0,681	Большая группа — 0,706	Средняя группа — 0,678	Средняя группа — 0,639	Средняя группа — 0,720
2	Средняя группа — 0,652	Большая группа — 0,728	Средняя группа — 0,684	Малая группа — 0,721	Средняя группа — 0,678
1	Средняя группа — 0,695	Большая группа — 0,752	Средняя группа — 0,671	Малая группа — 0,653	Средняя группа — 0,652

Примечание. Большая группа — $n = 42$ региона, средняя группа — $n = 30$ регионов, малая группа — $n = 20$ регионов.

Источник: расчеты авторов.

Результаты первого шага исследования по расходу, коэффициент корреляции

Results of the First Phase of the Cash Expenditure Transactions Study, Correlation Coefficient

Номинал (руб.)	2019	2020	2021	2022	2023
5000	Большая группа — 0,927	Большая группа — 0,912	Большая группа — 0,928	Большая группа — 0,947	Большая группа — 0,869
2000	Большая группа — 0,759	Большая группа — 0,715	Большая группа — 0,809	Большая группа — 0,800	Большая группа — 0,715
1000	Большая группа — 0,903	Большая группа — 0,893	Большая группа — 0,839	Большая группа — 0,914	Большая группа — 0,833
500	Большая группа — 0,892	Большая группа — 0,837	Большая группа — 0,899	Большая группа — 0,895	Большая группа — 0,791
200	Большая группа — 0,615	Средняя группа — 0,695	Большая группа — 0,662	Большая группа — 0,608	Малая группа — 0,639
100	Большая группа — 0,870	Большая группа — 0,891	Большая группа — 0,900	Большая группа — 0,876	Большая группа — 0,775
50	Большая группа — 0,813	Большая группа — 0,825	Большая группа — 0,839	Большая группа — 0,715	Средняя группа — 0,756
10	Средняя группа — 0,693	Большая группа — 0,635	Большая группа — 0,698	Средняя группа — 0,656	Малая группа — 0,510 Выделение групп нецелесообразно
5	Малая группа — 0,696	Средняя группа — 0,627	Средняя группа — 0,651	Малая группа — 0,649	Малая группа — 0,479 Выделение групп нецелесообразно
2	Средняя группа — 0,630	Большая группа — 0,630	Большая группа — 0,662	Средняя группа — 0,612	Малая группа — 0,662
1	Средняя группа — 0,676	Большая группа — 0,629	Большая группа — 0,663	Малая группа — 0,690	Малая группа — 0,649

Примечание. Большая группа — $n = 42$ региона, средняя группа — $n = 30$ регионов, малая группа — $n = 20$ регионов.

Источник: расчеты авторов.

Распределение регионов по группам, 2019–2023 годы (%)

Distribution of Regions by Groups, 2019–2023 (%)

Номинал (руб.)	Группа	Приход						Расход						
		2019	2020	2021	2022	2023	среднее (без 2022)	2019	2020	2021	2022	2023	среднее (без 2022)	
5000	Группа 1 + 2	74,1	82,7	56,8	92,6	85,2	78,3	74,7	86,4	98,8	96,3	88,9	93,1	92,3
	Группа 3	25,9	17,3	43,2	7,4	14,8	21,7	25,3	13,6	1,2	3,7	11,1	6,9	7,7
	Группа 1 + 2	60,5	51,9	88,9	88,9	96,7	70,7	66,1	72,8	75,3	81,5	42,9	66,3	62,6
2000	Группа 3	39,5	44,4	48,1	11,1	3,3	29,3	33,9	27,2	24,7	18,5	57,1	33,7	37,4
	Группа 1 + 2	74,1	85,2	72,8	95,1	75,3	80,5	76,9	91,4	93,8	84,0	86,4	90,1	91,7
	Группа 3	25,9	14,8	27,2	4,9	24,7	19,5	23,1	8,6	6,2	16,0	13,6	9,9	8,3
500	Группа 1 + 2	74,1	69,1	51,9	85,2	78,5	71,7	68,4	90,1	80,2	91,4	81,5	86,7	85,5
	Группа 3	25,9	30,9	48,1	14,8	21,5	28,3	31,6	9,9	19,8	8,6	18,5	13,3	14,5
	Группа 1 + 2	35,8	38,3	29,6	45,7	33,3	36,5	34,3	43,2	48,1	54,3	24,7	44,2	42,6
100	Группа 3	64,2	61,7	70,4	54,3	66,7	63,5	65,7	56,8	51,9	49,4	75,3	55,8	57,4
	Группа 1 + 2	66,7	74,1	51,9	72,8	61,7	65,4	63,6	81,5	87,7	85,2	81,5	84,9	84,9
	Группа 3	33,3	25,9	48,1	27,2	38,3	34,6	36,4	18,5	12,3	11,1	14,8	15,1	15,1
50	Группа 1 + 2	45,7	54,3	35,8	42,0	48,8	45,3	46,1	72,8	71,6	70,4	55,6	69,1	68,8
	Группа 3	54,3	45,7	64,2	58,0	51,3	54,7	53,9	27,2	28,4	29,6	44,4	30,9	31,2
	Группа 1 + 2	51,9	63,0	45,7	40,7	43,2	48,9	50,9	38,3	51,9	55,6	30,9	43,7	44,1
5	Группа 3	48,1	37,0	54,3	59,3	56,8	51,1	49,1	61,7	48,1	58,0	69,1	56,3	55,9
	Группа 1 + 2	44,4	65,4	45,7	35,8	40,7	46,4	49,1	35,8	44,4	43,2	18,5	33,3	35,5
	Группа 3	55,6	34,6	54,3	64,2	59,3	53,6	50,9	64,2	55,6	56,8	81,5	66,7	64,5
2	Группа 1 + 2	48,1	60,5	49,4	34,6	48,1	48,1	51,5	40,7	48,1	24,7	23,5	39,5	43,2
	Группа 3	51,9	39,5	50,6	65,4	51,9	51,9	48,5	59,3	51,9	75,3	76,5	60,5	56,8
	Группа 1 + 2	44,4	60,5	43,2	27,2	39,5	43,0	46,9	50,6	65,4	37,0	25,9	49,9	53,1
1	Группа 3	55,6	39,5	56,8	72,8	60,5	57,0	53,1	49,4	34,6	63,0	74,1	50,1	46,9

Примечание. В столбцах «среднее» и «среднее (без 2022)» серой заливкой выделены ячейки с наибольшими средними значениями для строки «Группа 1 + 2» и с наименьшими средними значениями для строки «Группа 3» относительно каждого номинала.

Источник: расчеты авторов.

Приложение 8

Пример распределения регионов по группам устойчивости (%)

Appendix 8

Example of Distribution of Regions by Sustainability Groups (%)

Номинал (руб.)	Группа	Приход		Расход	
5000	1-я подгруппа	9,9	69,1	54,3	84,0
	2-я подгруппа	59,3		29,6	
	3-я подгруппа	30,9	30,9	16,1	16,0
2000	1-я подгруппа	6,2	58,0	3,7	46,9
	2-я подгруппа	51,9		43,2	
	3-я подгруппа	42,0	42,0	53,1	53,1
1000	1-я подгруппа	17,3	86,4	50,6	96,3
	2-я подгруппа	69,1		45,7	
	3-я подгруппа	13,6	13,6	3,7	3,7
500	1-я подгруппа	11,1	64,2	30,9	85,2
	2-я подгруппа	53,1		54,3	
	3-я подгруппа	35,8	35,8	14,8	14,8
200	1-я подгруппа	22,2	69,1	13,6	58,0
	2-я подгруппа	46,9		44,4	
	3-я подгруппа	30,9	30,9	42,0	42,0
100	1-я подгруппа	11,1	65,4	17,3	80,2
	2-я подгруппа	54,3		63,0	
	3-я подгруппа	34,6	34,6	19,8	19,8
50	1-я подгруппа	13,6	58,0	24,7	85,2
	2-я подгруппа	44,4		60,5	
	3-я подгруппа	42,0	42,0	14,8	14,8
10	1-я подгруппа	18,5	71,6	25,9	69,1
	2-я подгруппа	53,1		43,2	
	3-я подгруппа	28,4	28,4	30,9	30,9
5	1-я подгруппа	13,6	63,0	33,3	80,2
	2-я подгруппа	49,4		46,9	
	3-я подгруппа	37,0	37,0	19,8	19,8
2	1-я подгруппа	14,8	55,6	21,0	65,4
	2-я подгруппа	40,7		44,4	
	3-я подгруппа	44,4	44,4	34,6	34,6
1	1-я подгруппа	18,5	75,3	9,9	75,3
	2-я подгруппа	56,8		65,4	
	3-я подгруппа	24,7	24,7	24,7	24,7

Источник: расчеты авторов.

Литература

1. Артемова М., Мамедли М., Синяков А. Кредитование домохозяйств в разрезе федеральных округов по данным опроса финансов домохозяйств: региональные особенности и потенциальные риски. Аналитическая записка. М.: Банк России, 2018. https://cbr.ru/content/document/file/48364/analytic_note_181004_dip.pdf.

2. Белов С. В., Карев О. В. Вопросы обеспечения наличного денежного оборота на территории Дальневосточного федерального округа // Деньги и кредит. 2017. № 1. С. 53–56.
3. Боголюбова Н. П., Никитин М. В. Региональная специфика взаимосвязей потребления домашних хозяйств и экономического развития в современной России // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2019. № 4. С. 19–29.
4. Губарев Р. В., Дзюба Е. И., Куликова О. М., Файзуллин Ф. С. Управление качеством жизни населения в регионах России // Журнал институциональных исследований. 2019. Т. 11. № 2. С. 146–170. DOI: 10.17835/2076-6297.2019.11.2.146-170.
5. Заварухин В. П., Чинаева И., Чурилова Э. Ю. Регионы России: результаты кластеризации на основе экономических и инновационных показателей // Статистика и экономика. 2022. Т. 19. № 5. С. 35–47. DOI: 10.21686/2500-3925-2022-5-35-47.
6. Ильясов Б. Г., Макарова Е. А., Закиева Е. Ш., Гиздатуллина Э. С. Оценка данных о доходах населения в региональном разрезе методом главных компонент // Экономика региона. 2019. Т. 15. № 2. С. 601–617. DOI: 10.17059/2019-2-22.
7. Ионов В. М. О месте и роли наличных денег в мировой экономике (Исчезнут ли наличные деньги?) // Деньги и кредит. 2016. № 10. С. 43–50.
8. Кетова К. В., Касаткина Е. В., Вавилова Д. Д. Кластеризация регионов Российской Федерации по уровню социально-экономического развития с использованием методов машинного обучения // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2021. Т. 14. № 6. С. 70–85. DOI: 10.15838/esc.2021.6.78.4.
9. Криворучко С. В. Спрос на деньги и обращение банкнот крупных номиналов: современные тенденции // Финансовый журнал. 2019. № 2. С. 96–108. DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-96-108.
10. Отношение населения Российской Федерации к различным средствам платежа: результаты социологического исследования за 2023 год. М.: Банк России, 2023. https://cbr.ru/Collection/Collection/File/49252/results_2023.pdf.
11. Пискун Е. И., Хохлов В. В. Экономическое развитие регионов Российской Федерации. Факторно-кластерный анализ // Экономика региона. 2019. Т. 15. № 2. С. 363–376. DOI: 10.17059/2019-2-5.
12. Протасов Ю. М., Юров В. М. Кластеризация регионов РФ по уровню их социально-экономического развития // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2022. № 2. С. 95–103. DOI: 10.18384/2310-6646-2022-2-95-103.
13. Развитие и регулирование рынка инкассации и перевозки наличных денег: доклад для общественных консультаций. М.: Банк России, 2024. https://cbr.ru/Content/Document/File/165616/Consultation_Paper_30082024.pdf.
14. Структура наличной денежной массы в обращении. М.: Банк России, 2025. http://cbr.ru/statistics/cash_circulation/20250401.
15. Четверикова Е., Гудкова Ю., Воронцова А., Манухина Ю. Гетерогенность сберегательной активности регионов России, ее предикторов и детерминант. Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях. № 101. 2022. https://cbr.ru/StaticHtml/File/142779/wp_101.pdf.
16. Adolfsson A., Ackerman M., Brownstein N. C. To Cluster, or Not to Cluster: An Analysis of Clusterability Methods // Pattern Recognition. 2018. P. 1–18. DOI: 10.1016/j.patcog.2018.10.026.
17. Community Access to Cash Pilots: Final Report. London: Cash Access UK Limited, 2021. https://www.toynbeehall.org.uk/wp-content/uploads/2021/12/CACP_Report_FINAL-for-sharing.pdf.
18. Consultation on the Bank of England's Supervisory Approach to Wholesale Cash Distribution. London: Bank of England, 2022. <https://www.bankofengland.co.uk/paper/2022/consultation-on-the-bank-of-englands-supervisory-approach-to-wholesale-cash-distribution>.

19. *Bartzsch N., Rösl G., Seitz F.* The Circulation of German Euro Banknotes Abroad: Estimates Applying Direct Methods. Deutsche Bundesbank. Discussion Paper. Series 1. No 20. 2011a.
20. *Bartzsch N., Rösl G., Seitz F.* The Circulation of German Euro Banknotes Abroad: Estimates Applying Indirect Methods. Deutsche Bundesbank. Discussion Paper. Series 1. No 21. 2011b.
21. *Brown J. R., Gustafson M. T., Ivanov I. T.* Weathering Cash Flow Shocks // *The Journal of Finance*. 2021. Vol. 76. Iss. 4. P. 1731–1772.
22. *Chen H., Engert W., Huynh K. P., Nicholls G., Nicholson M., Zhu J.* Cash and COVID-19: The Impact of the Pandemic on the Demand for and Use of Cash. Bank of Canada. Staff Discussion Paper. No 2020-6. 2020. DOI: 10.34989/sdp-2020-6.
23. *Cui M.* Introduction to the K-Means Clustering Algorithm Based on the Elbow Method // *Accounting, Auditing and Finance*. 2020. Vol. 1. Iss. 1. P. 5–8.
24. *Dias A.* Estimating a Country's Currency Circulation Within a Monetary Union // Ninth IFC Conference on Are Post-Crisis Statistical Initiatives Completed? Basel: Bank of Portugal, 2018.
25. *Enright M. J.* Survey on the Characterization of Regional Clusters: Initial Results. Hong Kong: Institute of Economic Policy and Business Strategy; The Competitiveness Institute, 2000.
26. Study on the Payment Attitudes of Consumers in the Euro Area. Frankfurt on the Main: European Central Bank, 2022. https://www.ecb.europa.eu/stats/ecb_surveys/space/html/ecb.space2024~19d46f0f17.en.html.
27. *Ghosal A., Nandy A., Das A. K., Goswami S., Panday M.* A Short Review on Different Clustering Techniques and Their Applications. *Emerging Technology in Modelling and Graphics // Advances in Intelligent Systems and Computing*. Singapore: Springer, 2022. Vol. 937. P. 69–83. DOI: 10.1007/978-981-13-7403-6_9.
28. *Hesananda R., Apriliga P.* Customer Segmentation of Cash Management System Using K-Means Clustering // *Journal of Applied and Research Computer Science and Information Systems*. 2024. Vol. 2. Iss. 2. P. 191–202.
29. *Kleinberg J.* An Impossibility Theorem for Clustering // *Proceedings of the 15th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Vancouver, 9–14 December 2002. Cambridge, MA: MIT Press, 2002. P. 463–470.
30. *Liu F., Deng Y.* Determine the Number of Unknown Targets in Open World Based on Elbow Method // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2021. Vol. 29. Iss. 5. P. 986–995. DOI: 10.1109/tfuzz.2020.2966182.
31. *Schubert E.* Stop Using the Elbow Criterion for K-Means and How to Choose the Number of Clusters Instead // *ACM SIGKDD Exploration Newsletter*. 2023. Vol. 25. Iss. 1. P. 36–42. DOI: 10.1145/3606274.3606278.
32. *Shahapure K. R., Nicholas C.* Cluster Quality Analysis Using Silhouette Score // 2020 IEEE 7th International Conference on Data Science and Advanced Analytics. Sydney, 6–9 October 2020. New York: IEEE, 2020. DOI: 10.1109/dsaa49011.2020.00096.
33. *Shirai S., Sugandi E. A.* Growing Global Demand for Cash // *International Business Research*. 2019. Vol. 12. Iss. 12. P. 74. DOI: 10.5539/ibr.v12n12p74.
34. *Shutaywi M., Kachouie N. N.* Silhouette Analysis for Performance Evaluation in Machine Learning with Applications to Clustering // *Entropy*. 2021. Vol. 23. Iss. 6. Art. 759. P. 1–17. DOI: 10.3390/e23060759.
35. *Simutis R., Dilijonas D., Bastina L.* Cash Demand Forecasting for ATM Using Neural Networks and Support Vector Regression Algorithms // *Proceedings of the 20th EURO Mini Conference Continuous Optimization and Knowledge-Based Technologies*. Neringa, 20–23 May 2008. Vilnius: Institute of Mathematics and Informatics; Vilnius Gediminas Technical University, 2008. P. 416–421.
36. *Spaanderman J.* The Role and Future of Cash // *Occasional Studies*. 2023. Vol. 18. Iss. 2. P. 1–52.

37. Syakur M. A., Khotimah B. K., Rochman E. M. S., Satoto B. D. Integration K-Means Clustering Method and Elbow Method for Identification of the Best Customer Profile Cluster // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Surabaya, 9 November 2017. Bristol: IOP Publishing, 2018. Vol. 336. P. 1–7.
38. Thorndike R. L. Who Belongs in the Family? // *Psychometrika*. 1953. Vol. 18. Iss. 4. P. 267–276. DOI: 10.1007/BF02289263.
39. Vidyattama Y. Issues in Applying Spatial Autocorrelation on Indonesia's Provincial Income Growth Analysis // *Australasian Journal of Regional Studies*. 2014. Vol. 20. Iss. 2. P. 375–402.
40. Ward J. H. Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function // *Journal of the American Statistical Association*. 1963. Vol. 58. P. 236–244.

References

1. Artemova M., Mamedli M., Sinyakov A. *Kreditovanie domokhozyaystv v razreze federal'nykh okrugov po dannym oprosa finansov domokhozyaystv: regional'nye osobennosti i potentsialnye riski. Analiticheskaya zapiska [Household Lending Across Federal Districts According to Household Finance Survey Data: Regional Specificities and Potential Risks. Analytical Note]*. Moscow, Bank of Russia, 2018. https://cbr.ru/content/document/file/48364/analytic_note_181004_dip.pdf. (In Russ.)
2. Belov S. V., Karepov O. V. Voprosy obespecheniya nalichnogo denezhnogo oborota na territorii Dal'nevostochnogo federal'nogo okruga [Issues of Ensuring Cash Circulation Within the Far Eastern Federal District]. *Den'gi i kredit [Russian Journal of Money & Finance]*, 2017, no. 1, pp. 53–56. (In Russ.)
3. Bogolyubova N. P., Nikitin M. V. Regional'naya spetsifika vzaimosvyazey potrebleniya domashnikh khozyaystv i ekonomicheskogo razvitiya v sovremennoy Rossii [Regional Specificity of the Relationships of Household Consumption and Economic Development in Modern Russia]. *Vestnik Altayskoy akademii ekonomiki i prava [Bulletin of the Altai Academy of Economics and Law]*, 2019, no. 4, pp. 19–29. (In Russ.)
4. Gubarev R. V., Dzyuba E. I., Kulikova O. M., Fayzullin F. S. Upravlenie kachestvom zhizni naseleniya v regionakh Rossii [Quality Management of the Population in the Regions of Russia]. *Zhurnal institutsional'nykh issledovaniy [Journal of Institutional Studies]*, 2019, vol. 11, no. 2, pp. 146–170. DOI: 10.17835/2076-6297.2019.11.2.146-170. (In Russ.)
5. Zavarukhin V. P., Chinaeva I., Churilova E. Yu. Regiony Rossii: rezul'taty klasterizatsii na osnove ekonomicheskikh i innovatsionnykh pokazateley [Regions of Russia: Clustering Results Based on Economic and Innovation Indexes]. *Statistika i ekonomika [Statistics and Economics]*, 2022, vol. 19, no. 5, pp. 35–47. DOI: 10.21686/2500-3925-2022-5-35-47. (In Russ.)
6. Ilyasov B. G., Makarova E. A., Zakieva E. Sh., Gizdatullina E. S. Otsenka dannykh o dokhodakh naseleniya v regional'nom razreze metodom glavnykh komponent [Analyzing the Data on Incomes in the Regional Context by the Principal Component Method]. *Ekonomika regiona [Economy of Regions]*, 2019, vol. 15, no. 2, pp. 601–617. DOI: 10.17059/2019-2-22. (In Russ.)
7. Ionov V. M. O meste i roli nalichnykh deneg v mirovoy ekonomike (Ischeznut li nalichnye den'gi?) [On the Role and Place of Cash in Global Economy (Will Cash Disappear?)]. *Den'gi i kredit [Russian Journal of Money & Finance]*, 2016, no. 10, pp. 43–50. (In Russ.)
8. Ketova K. V., Kasatkina E. V., Vavilova D. D. Klasterizatsiya regionov Rossiyskoy Federatsii po urovnyu sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya s ispol'zovaniem metodov mashin-nogo obucheniya [Clustering Russian Federation Regions According to the Level of Socio-Economic Development With the Use of Machine Learning Methods]. *Ekonomicheskie i sotsial'nye peremeny: fakty, tendentsii, prognoz [Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast]*, 2021, vol. 14, no. 6, pp. 70–85. DOI: 10.15838/esc.2021.6.78.4. (In Russ.)
9. Krivoruchko S. V. Spros na den'gi i obrashchenie banknot krupnykh nominalov: sovremennye tendentsii [Demand for Money and Circulation of High Denomination Notes:

- Current Trend]. *Finansovyy zhurnal [Financial Journal]*, 2019, no. 2, pp. 96-108. DOI: 10.31107/2075-1990-2019-2-96-108. (In Russ.)
10. *Otnoshenie naseleniya Rossiyskoy Federatsii k razlichnym sredstvam platezha: rezul'taty sotsiologicheskogo issledovaniya za 2023 god [Russian Population Attitudes Towards Different Payment Instruments: Results of Sociological Study for 2023]*. Moscow, Bank of Russia, 2023. https://cbr.ru/Collection/Collection/File/49252/results_2023.pdf. (In Russ.)
 11. Piskun E. I., Khokhlov V. V. Ekonomicheskoe razvitie regionov Rossiyskoy Federatsii. Faktorno-klasternyy analiz [Economic Development of the Russian Federation's Regions: Factor-Cluster Analysis]. *Ekonomika regiona [Economy of Regions]*, 2019, vol. 15, no. 2, pp. 363-376. DOI: 10.17059/2019-2-5. (In Russ.)
 12. Protasov Yu. M., Yurov V. M. Klasterizatsiya regionov RF po urovnyu ikh sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya [Clusterization of the Regions of the Russian Federation by Their Level of Socio-Economic Development]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Ekonomika [Bulletin of the Moscow State University of Education. Series: Economics]*, 2022, no. 2, pp. 95-103. DOI: 10.18384/2310-6646-2022-2-95-103. (In Russ.)
 13. *Razvitie i regulirovanie rynka inkassatsii i perevozki nalichnykh deneg: doklad dlya obshchestvennykh konsul'tatsiy [Development and Regulation of Cash-In-Transit Market: Consultation Paper]*. Moscow, Bank of Russia, 2024. https://cbr.ru/Content/Document/File/165616/Consultation_Paper_30082024.pdf. (In Russ.)
 14. *Struktura nalichnoy denezhnoy massy v obrashchenii [Structure of Cash Money Supply in Circulation]*. Moscow, Bank of Russia, 2025. http://cbr.ru/statistics/cash_circulation/20250401. (In Russ.)
 15. Chetverikova E., Gudkova Yu., Vorontsova A., Manukhina Yu. Geterogenost' sberegatel'noy aktivnosti regionov Rossii, ee prediktorov i determinant [Heterogeneity of Saving Activity in Russian Regions, Its Predictors and Determinants]. *Bank of Russia: Economic Research Report Series*, no. 101, 2022. https://cbr.ru/StaticHtml/File/142779/wp_101.pdf. (In Russ.)
 16. Adolfsso A., Ackerman M., Brownstein N. C. To Cluster, or Not to Cluster: An Analysis of Clusterability Methods. *Pattern Recognition*, 2018, pp. 1-18. DOI: 10.1016/j.patcog.2018.10.026.
 17. *Community Access to Cash Pilots: Final Report*. London, Cash Access UK Limited, 2021. https://www.toynbeehall.org.uk/wp-content/uploads/2021/12/CACP_Report_FINAL-for-sharing.pdf.
 18. *Consultation on the Bank of England's Supervisory Approach to Wholesale Cash Distribution*. London, Bank of England, 2022. <https://www.bankofengland.co.uk/paper/2022/consultation-on-the-bank-of-englands-supervisory-approach-to-wholesale-cash-distribution>.
 19. Bartzsch N., Rösl G., Seitz F. The Circulation of German Euro Banknotes Abroad: Estimates Applying Direct Methods. *Deutsche Bundesbank*, Discussion Paper, series 1, no. 20, 2011a.
 20. Bartzsch N., Rösl G., Seitz F. The Circulation of German Euro Banknotes Abroad: Estimates Applying Indirect Methods. *Deutsche Bundesbank*, Discussion Paper, series 1, no. 21, 2011b.
 21. Brown J. R., Gustafson M. T., Ivanov I. T. Weathering Cash Flow Shocks. *The Journal of Finance*, 2021, vol. 76, no. 4, pp. 1731-1772.
 22. Chen H., Engert W., Huynh K. P., Nicholls G., Nicholson M., Zhu J. Cash and COVID-19: The Impact of Pandemic on Demand for and Use of Cash. *Bank of Canada*, Staff Discussion Paper, no. 2020-6, 2020. DOI: 10.34989/sdp-2020-6.
 23. Cui M. Introduction to the K-Means Clustering Algorithm Based on the Elbow Method. *Accounting, Auditing and Finance*, 2020, vol. 1, no. 1, pp. 5-8.
 24. Dias A. Estimating a Country's Currency Circulation Within a Monetary Union. In: *Ninth IFC Conference on Are Post-Crisis Statistical Initiatives Completed?* Basel, Bank of Portugal, 2018.
 25. Enright M. J. *Survey on the Characterization of Regional Clusters: Initial Results*. Hong Kong, Institute of Economic Policy and Business Strategy, The Competitiveness Institute, 2000.

26. Study on the Payment Attitudes of Consumers in the Euro Area. Frankfurt on the Main, European Central Bank, 2022. https://www.ecb.europa.eu/stats/ecb_surveys/space/html/ecb.space2024~19d46f0f17.en.html.
27. Ghosal A., Nandy A., Das A. K., Goswami S., Panday M. A. A Short Review on Different Clustering Techniques and Their Applications. *Emerging Technology in Modelling and Graphics: Proceedings of IEM Graph*, 2020, pp. 69-83.
28. Hesananda R., Apriliga P. Customer Segmentation of Cash Management System Using K-Means Clustering. *Journal of Applied and Research Computer Science and Information Systems*, 2024, vol. 2, no. 2, pp. 191-202.
29. Kleinberg J. An Impossibility Theorem for Clustering. In: *Proceedings of the 15th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Vancouver, 9-14 December 2002. Cambridge, MA, MIT Press, 2002, pp. 463-470.
30. Liu F., Deng Y. Determine the Number of Unknown Targets in Open World Based on Elbow Method. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, vol. 29, no. 5, pp. 986-995. DOI: 10.1109/TFUZZ.2020.2966182.
31. Schubert E. Stop Using the Elbow Criterion for K-Means and How to Choose the Number of Clusters Instead. *ACM SIGKDD Exploration Newsletter*, 2023, vol. 25, no. 1, pp. 36-42. DOI: 10.1145/3606274.3606278.
32. Shahapure K. R., Nicholas C. Cluster Quality Analysis Using Silhouette Score. In: *2020 IEEE 7th International Conference on Data Science and Advanced Analytics*. Sydney, 6-9 October 2020. New York, IEEE, 2020. DOI: 10.1109/dsaa49011.2020.00096.
33. Shirai S., Sugandi E. A. Growing Global Demand for Cash. *International Business Research*, 2019, vol. 12, no. 12, p. 74. DOI: 10.5539/ibr.v12n12p74.
34. Shutaywi M., Kachouie N. N. Silhouette Analysis for Performance Evaluation in Machine Learning With Applications to Clustering. *Entropy*, 2021, vol. 23, no. 6, pp. 1-17. DOI: 10.3390/e23060759.
35. Simutis R., Dilijonas D., Bastina L. Cash Demand Forecasting for ATM Using Neural Networks and Support Vector Regression Algorithms. In: *Proceedings of the 20th EURO Mini Conference Continuous Optimization and Knowledge-Based Technologies*. Neringa, 20-23 May, 2008. Vilnius, Institute of Mathematics and Informatics, Vilnius Gediminas Technical University, 2008, pp. 416-421.
36. Spaanderman J. The Role and Future of Cash. *Occasional Studies*, 2023, vol. 18, no. 2, pp. 1-52.
37. Syakur M. A., Khotimah B. K., Rochman E. M. S., Satoto B. D. Integration K-Means Clustering Method and Elbow Method for Identification of Best Customer Profile Cluster. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Surabaya, 9 November 2017. Bristol, IOP Publishing, 2018, vol. 336, pp. 1-7.
38. Thorndike R. L. Who Belongs in the Family? *Psychometrika*, 1953, vol. 18, no. 4, pp. 267-276. DOI: 10.1007/BF02289263.
39. Vidyattama Y. Issues in Applying Spatial Autocorrelation on Indonesia's Provincial Income Growth Analysis. *Australasian Journal of Regional Studies*, 2014, vol. 20, no. 2, pp. 375-402.
40. Ward J. H. Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function. *Journal of the American Statistical Association*, 1963, vol. 58, pp. 236-244.