

Макроэкономический анализ

ОЦЕНКА ТРАЕКТОРИИ ТЕМПОВ ТРЕНДОВОГО РОСТА ВВП РОССИИ В ARX-МОДЕЛИ С ЦЕНАМИ НА НЕФТЬ

Андрей ПОЛБИН

Андрей Владимирович Полбин —
кандидат экономических наук,
заведующий лабораторией математического
моделирования экономических процессов, РАНХиГС
(РФ, 117517, Москва, пр. Вернадского, 82);
заведующий лабораторией макроэкономического
моделирования, Институт экономической политики
им. Е. Т. Гайдара (РФ, 125009, Москва, Газетный пер., 3–5).
E-mail: apolbin@iep.ru

Аннотация

В работе оценивается траектория темпов трендового роста ВВП России на основе модели авторегрессии с экзогенными переменными и меняющимся во времени параметром темпа трендового роста, который предположительно описывается процессом случайного блуждания. При высокой зависимости российской экономики от экспорта сырьевых товаров условия торговли были выбраны как контрольная экзогенная переменная для динамики ВВП. В качестве прокси-переменной для условий торговли рассматривались реальные цены на нефть и временной ряд отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта. Для эконометрического оценивания модель ARX была представлена в виде модели ненаблюдаемых компонент и оценена с помощью метода максимального правдоподобия с использованием фильтра Калмана. В результате эконометрического анализа был сделан выбор в пользу модели с ценами на нефть в качестве прокси-переменной для условий торговли в связи с ее более высокой прогнозной силой в эксперименте псевдовыворочного (pseudo-out-of-sample) прогнозирования. Показано, что в первой половине 2000-х годов темпы трендового роста составили примерно 4% в год, что можно интерпретировать как восстановительный рост после трансформационного спада. Более высокие фактически достигнутые темпы роста за этот период объясняются интенсивным ростом мировых цен на нефть. Далее потенциал восстановительного роста был исчерпан, и после кризиса 2008 года темпы трендового роста продолжительное время находились на уровне 2% в год. Однако после кризиса 2014 года темпы трендового роста начали неуклонно снижаться и к началу 2019-го составили примерно 1% в год, что можно интерпретировать как воздействие санкций и международной напряженности на экономическое развитие России. Результаты эконометрического анализа модели на данных по потреблению домохозяйств и по инвестициям также говорят о темпах трендового роста примерно 1% в год в настоящее время.

Ключевые слова: модели с меняющимися во времени параметрами, долгосрочные темпы роста ВВП, экономический рост, российская экономика, цены на нефть, условия торговли, потребление, инвестиции.

JEL: C01, C13, C32, C51, E23.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-310-00365.

Автор благодарит рецензента журнала «Экономическая политика» за комментарии, позволившие улучшить работу.

Введение

Замедление роста российской экономики и разработка мер, стимулирующих рост, в последнее десятилетие вошли в число наиболее обсуждаемых тем в академических [Ивантер и др., 2014; Идрисов, Синельников-Мурылев, 2014; Кудрин, Гурвич, 2014; Мау, 2019] и политических¹ кругах современной России. Динамика реального ВВП — важнейший индикатор социально-экономического развития. Количественные оценки долгосрочных темпов роста ВВП используются, чтобы прогнозировать экономическое развитие, выработать меры фискальной и денежно-кредитной политики, оценивать величину бюджетного разрыва.

В этой работе мы будем оперировать понятием темпа трендового, а не долгосрочного роста ВВП. По нашему мнению, это является более аккуратным в условиях, когда структурные сдвиги в российской экономике становятся более резкими, а средние темпы роста на разных пятилетних горизонтах существенно разнятся. Под трендовым ростом будем понимать динамику ВВП, очищенную от сезонных и циклических факторов, а также от влияния цен на нефть — важнейшей детерминанты внешнеэкономических условий для российской экономики. Поскольку при построении трендового ВВП воздействие кратковременных факторов элиминируется, оценки темпа трендового роста, меняясь со временем, движутся по достаточно гладким траекториям. В концепции настоящей работы темпы трендового роста представляют собой темпы роста ВВП, на которые экономические агенты могут более или менее ориентироваться в среднесрочной перспективе при условии неизменных цен на нефть. Практичность этого подхода в том, что цены на нефть плохо прогнозируемы и демонстрируют динамику, близкую к процессу случайного блуждания [Alquist et al., 2013].

Если цены на нефть положительно воздействуют на выпуск в годовой и более длительной перспективе, то фактически достигнутые темпы роста ВВП могут оказаться существенно выше темпов трендового роста при значительном улучшении условий торговли и существенно ниже — при их ухудшении. Эмпирических же свидетельств о положительной взаимосвязи российского ВВП с ценами на нефть и условиями торговли в литературе предложено достаточно много [Айвазян, Бродский, 2006; Полбин, 2017; Синельников-Мурылев и др., 2014; Kuboniwa, 2014; Rautava, 2004]. Тем самым актуализируется задача построения модели, в которой траектория темпов трендового роста оценивается как фактор, не зависимый от эффекта цен на нефть.

¹ Повышение долгосрочных темпов роста выделяется в качестве ключевой задачи Указа Президента Российской Федерации от 07.05.2018 № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года».

Одним из наиболее популярных методов оценки долгосрочного тренда является фильтр Ходрика — Прескотта [Hodrick, Prescott, 1997]². Его суть в том, что тренд оценивают, решая оптимизационную задачу, где минимизируется квадратичный функционал отклонения анализируемого временного ряда от тренда со штрафом за изменение угла наклона тренда во времени, то есть накладываются ограничения на гладкость тренда. Параметр штрафа λ обычно задается вне модели из некоторых экспертных соображений. Роберт Ходрик и Эдвард Прескотт [Hodrick, Prescott, 1997] рекомендуют использовать на квартальных данных значение λ , равное 1600. Однако использование фильтра Ходрика — Прескотта для декомпозиции временного ряда на тренд и цикл неоднократно подвергалось критике, поскольку при его применении не учитываются статистические корреляционные свойства временных рядов [Cogley, Nason, 1995; Hamilton, 2018; Harvey, Jaeger, 1993]. Например, в работе [Harvey, Jaeger, 1993] показано, что фильтр Ходрика — Прескотта часто может порождать ложные циклические колебания.

На сегодня предложено достаточно много работ, в которых тренд выделяется из временного ряда в рамках заданного стохастического процесса, параметры которого оцениваются с помощью эконометрических методов. В работах [Clark, 1987; Harvey, 1985; Perron, Wada, 2009; Watson, 1986] предложены «структурные» модели для декомпозиции временного ряда на отдельные компоненты, среди которых можно выделить стохастический тренд, темп роста тренда, цикл, сезонную компоненту, иррегулярную компоненту (обычно рассматривается некоторое подмножество из упомянутых компонент). Для каждой из компонент специфицируется некоторый стохастический процесс. В работах [Antolin-Diaz et al., 2017; Benati, 2007; Glocker, Wegmueller, 2018; Stock, Watson, 1998] ставилась более узкая задача оценки только траектории темпов трендового роста; она решалась на основе оценки простых авторегрессионных моделей с меняющимся во времени темпом трендового роста без выделения каких-либо дополнительных компонент.

Как отмечается в работе [Benati, 2007], непосредственная спецификация динамики цикла может быть подвержена определенной

² В настоящей работе внимание сконцентрировано на статистических подходах выделения трендового, потенциального уровня ВВП. Но в макроэкономическом анализе существует и альтернативный подход к оценке потенциального уровня ВВП на базе DSGE-моделей, в рамках которого под потенциальным уровнем выпуска понимают такой его уровень, который наблюдался бы в условиях абсолютной гибкости цен и отсутствия шоков наценки по отношению к предельным издержкам (см., например, [Edge et al., 2008]). Согласно DSGE-моделям центральные банки должны минимизировать отклонения фактического выпуска от потенциального выпуска именно в таком определении.

критике, и при решении узкой задачи оценки именно темпов трендового роста, а не циклической компоненты использование более общей авторегрессионной модели позволяет обойти проблему неточной спецификации процесса для циклической компоненты. В частности, в работе [Morley et al., 2003] показано, что оценки циклической компоненты кардинальным образом меняются в зависимости от предположения, коррелирует ли шок циклической компоненты с шоком уровня тренда или нет.

Таким образом, в этой работе мы будем следовать подходу [Antolin-Diaz et al., 2017; Benati, 2007; Glocker, Wegmueller, 2018; Stock, Watson, 1998], моделируя динамику ВВП в виде ARX-процесса с меняющимся во времени параметром темпа трендового роста, который предположительно описывается процессом случайного блуждания. В качестве экзогенной переменной рассматривается реальная цена на нефть в качестве прокси-переменной для условий торговли, а также временной ряд отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта. Эконометрически модель ARX строится на основе модели ненаблюдаемых компонент и оценивается с помощью метода максимального правдоподобия с использованием фильтра Калмана. Настоящее исследование близко к работам [Апокин, Белоусов и др., 2014; Дубовский, Кофанов и др., 2015; Орлова, Егиев, 2015; Zubarev, Trunin, 2017], в которых также проводилась оценка трендовой компоненты ВВП на основе модели ненаблюдаемых компонент. Однако в отличие от упомянутых работ мы контролируем динамику ВВП на воздействие условий торговли и в эконометрической спецификации опираемся на простую модель ARX.

1. Спецификация модели

Для оценки траектории темпов трендового роста рассмотрим следующее расширение модели [Stock, Watson, 1998]:

$$\Delta y_t - \mu_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \sum_{j=0}^q \beta_j \Delta p_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где y_t — логарифм реального ВВП России, p_t — логарифм реальных цен на нефть, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ — стохастическая ошибка, μ_t — темп трендового роста, который по предположению описывается процессом случайного блуждания:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2). \quad (2)$$

Как отмечалось во введении, цены на нефть являются плохо прогнозируемыми и демонстрируют динамику, близкую к процессу случайного блуждания [Alquist et al., 2013]. Следовательно,

мы будем предполагать, что цены на нефть описываются в рамках процесса случайного блуждания:

$$p_t = p_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2). \quad (3)$$

Спецификация модели (1)–(3) не позволяет провести оценивание с помощью классических методов, таких как метод наименьших квадратов, поскольку μ_t представляет собой ненаблюдаемую величину. Популярным подходом для оценивания таких моделей является запись исходных стохастических уравнений в виде модели «состояние — наблюдение» (модели ненаблюдаемых компонент), общий вид которой представляется следующим образом:

$$x_t = Hz_t, \quad (4)$$

$$z_t = Fz_{t-1} + \omega_t, \quad (5)$$

$$E(\omega_t \omega_t') = Q. \quad (6)$$

В системе (4)–(6) x_t — вектор наблюдаемых переменных, z_t — вектор состояния, элементы которого могут быть как наблюдаемыми, так и ненаблюдаемыми переменными, ω_t — вектор стохастических шоков, а Q — его ковариационная матрица, H и F — матрицы параметров, $E(n)$ — математическое ожидание случайной величины n . Например, для варианта ARX с двумя лагами из уравнения (1) элементы модели в форме «состояние — наблюдение» имеют вид:

$$x_t = [\Delta y_t \quad \Delta p_t]'$$

$$z_t = [\Delta y_t \quad \Delta y_{t-1} \quad \mu_t \quad \mu_{t-1} \quad \Delta p_t \quad \Delta p_{t-1}]'$$

$$\omega_t = [\varepsilon_t + u_t + \beta_0 v_t \quad 0 \quad u_t \quad 0 \quad v_t \quad 0]'$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 1-\alpha_1 & -\alpha_2 & \beta_1 & \beta_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 + \beta_0^2 \sigma_v^2 & 0 & \sigma_u^2 & 0 & \beta_0 \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & 0 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В модели ненаблюдаемых компонент при заданных значениях параметров можно оценить траектории ненаблюдаемых переменных с помощью фильтра Калмана, а сами параметры оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия (подробнее см., например, [Hamilton, 1994]). При этом стационарные ненаблюдаемые компоненты вектора состояния в первый момент инициализируются на безусловном математическом ожидании с безусловной ковариационной матрицей, для нестационарных же компонент вводится диффузионное (неинформативное) распределение на начальное значение, иначе говоря, задается большая дисперсия.

Для сопоставления результатов по оценке траектории долгосрочных темпов роста наряду с моделью (1) рассмотрим также модель ненаблюдаемых компонент Кларка [Clark, 1987]:

$$y_t = \tau_t + c_t, \tag{7}$$

$$\tau_t = \mu_{t-1} + \tau_{t-1} + \eta_t, \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \tag{8}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \tag{9}$$

$$c_t = \rho_1 c_{t-1} + \rho_2 c_{t-2} + \zeta_t, \zeta_t \sim N(0, \sigma_\zeta^2), \tag{10}$$

где τ_t — трендовая компонента ВВП, c_t — циклическая компонента ВВП, описываемая AR(2) в рамках уравнения (10), η_t — шок тренда, μ_t — темп трендового роста, u_t — шок темпа трендового роста, ζ_t — циклический шок.

В принятой спецификации элементы модели в форме состояние — наблюдение примут вид:

$$x_t = y_t,$$

$$z_t = [\tau_t \quad \mu_t \quad c_t \quad c_{t-1}]',$$

$$\omega_t = [\eta_t + u_t \quad u_t \quad \zeta_t \quad 0]'$$

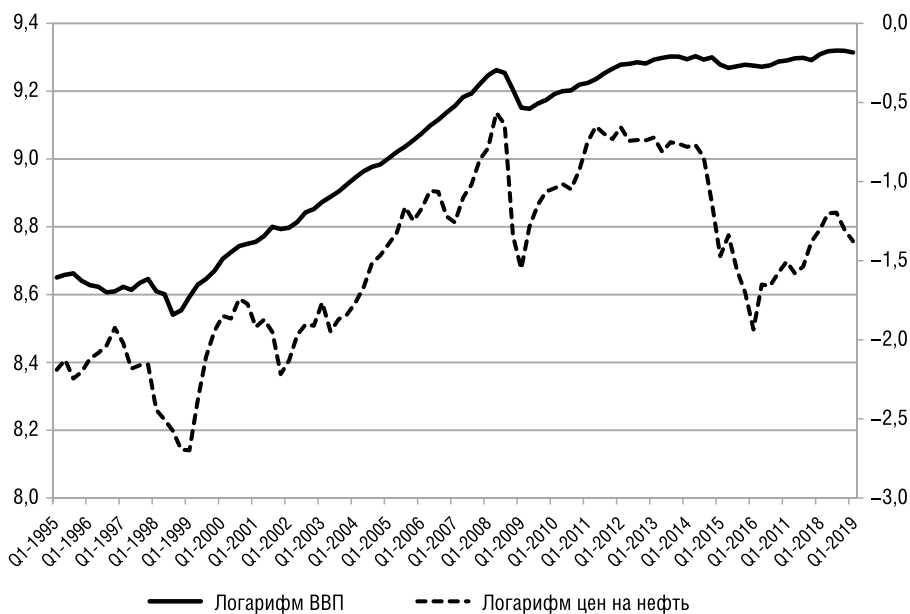
$$H = [1 \ 0 \ 1 \ 0],$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_1 & \rho_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\zeta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Эконометрические оценки для реального ВВП

В эмпирическом анализе используются временные ряды реального ВВП и реальных цен на нефть с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го. Реальные цены на нефть построены как частное от деления номинальных цен марки *Brent* на сезонно сглаженный ИПЦ США. В качестве реального ВВП использовался ВВП России в постоянных ценах. Следует отметить, что в российской статистике произошла смена методологии построения данных системы национальных счетов. В новой методологии данные публикуются только с 2011 года, и для построения единых временных рядов была проведена их сцепка. Элементы временного ряда ВВП в постоянных ценах в старой методологии были последовательно умножены на темпы роста ВВП — квартал к соответствующему кварталу предыдущего года в постоянных ценах в новой методологии начиная с 2011 года. Далее из полученного ряда ВВП была удалена мультипликативная сезонная компонента с помощью фильтра ARIMA-X12 в программном пакете EViews. Полученные временные ряды представлены на рис. 1.



Источник: <https://fred.stlouisfed.org/>, <https://gks.ru>.

Рис. 1. ВВП России (левая ось) и цены на нефть (правая ось), 1995–2019 годы

Оценка параметров модели проводилась с помощью максимизации функции правдоподобия в программе MATLAB с помощью функции `fminunc`. Для поиска глобального оптимума функция

function запускалась с сотней случайно сгенерированных начальных значений для вектора параметров модели. Стандартные ошибки рассчитаны как квадратный корень из диагональных элементов обратной матрицы Гесса функции правдоподобия.

Поскольку вопрос необходимости использования в эконометрическом анализе данных до 1999 года является неоднозначным³, для робастности результатов мы будем приводить оценки модели на двух периодах — с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го и с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го.

Результаты оценки параметров модели ARX с двумя лагами приведены в табл. 1. В целом параметры при вторых лагах оказались статистически незначимыми, и мы могли бы перейти к модели с одним лагом. Однако мы остановились на текущей спецификации, поскольку результаты модели с двумя лагами оказались более стабильными к вариации границ периода оценивания по сравнению с моделью с одним лагом, что является необходимым условием ее практического использования. В прикладных исследованиях незначимость некоторых коэффициентов авторегрессионных моделей не воспринимается в качестве серьезной проблемы, поскольку, как правило, не ставится задача их содержательной интерпретации, а включение в модель достаточно большого количества лагов позволяет избавиться от автокорреляции остатков.

На основе полученных оценок параметров модели можно рассчитать оценку долгосрочной эластичности ВВП России по ценам на нефть по формуле $(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2)/(1 - \alpha_1 - \alpha_2)$. Оценка долгосрочной эластичности в период оценивания с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го составила 0,100, а в период с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го — 0,094, то есть оказалась стабильной. Согласно полученным оценкам, перманентное увеличение реальных цен на нефть на 10% приводит к увеличению ВВП России в долгосрочном периоде приблизительно на 1%.

Асимптотические стандартные ошибки параметров σ_ε и σ_u следует воспринимать как достаточно приблизительную меру неопределенности, связанную с их статистической оценкой. В частности, использование этих стандартных ошибок формально не подходит для тестирования гипотезы о равенстве нулю рассматриваемых параметров, поскольку в рамках нашей гипотезы параметр находится на границе допустимой области значений (параметры σ_ε и σ_u должны быть неотрицательными). В целом стандартные ошибки для оценок стандартных отклонений шоков σ_ε и σ_u оказа-

³ Включение периода с I квартала 1995 года по IV квартал 1998-го увеличивает размер выборки, что должно увеличить точность оценивания параметров модели, если процесс порождения данных не изменился. Однако этот период соответствует трансформационному спаду, после завершения которого процессы, происходящие в российской экономике, могли сильно измениться.

Т а б л и ц а 1

Оценка параметров модели ARX с двумя лагами для ВВП

	α_1	α_2	β_0	β_1	β_2	σ_u	σ_ε
<i>Период оценки — с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го</i>							
Точечная оценка	0,249	-0,006	0,047	0,020	0,009	0,142	1,246
Стандартная ошибка	0,133	0,036	0,009	0,011	0,010	0,134	0,108
t-статистика	1,865	-0,174	5,040	1,887	0,824	1,066	11,568
<i>Период оценки — с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го</i>							
Точечная оценка	0,363	-0,047	0,042	0,022	0,000	0,110	0,858
Стандартная ошибка	0,118	0,038	0,007	0,008	0,008	0,069	0,074
t-статистика	3,073	-1,255	6,026	2,708	0,023	1,598	11,595

лись близки друг к другу. Но поскольку σ_ε значительно превышает σ_u , то есть соотношение сигнал/шум большое, t-статистика для оценки σ_u невелика (тем не менее точечная оценка σ_u превышает стандартную ошибку оценки).

Следует подчеркнуть, что классический подход максимального правдоподобия дал положительную оценку для параметра σ_u на российских данных по ВВП, тогда как этому методу свойственно сходиться к нулевой оценке для параметра σ_u при высоком соотношении сигнал/шум $\sigma_\varepsilon/\sigma_u$, и в исследованиях для развитых экономик это соотношение часто калибруется (например, [Harvey, 2011]) или предварительно оценивается другими методами (например, [Stock, Watson, 1998]). В российской же экономике вариация трендового роста оказывается достаточно высокой, чтобы ее идентифицировать методом максимального правдоподобия.

На рис. 2 и 3 представлены оценки траектории темпов трендового роста в ARX-модели с ценами на нефть. В качестве точечной оценки траектории темпов трендового роста используется математическое ожидание компоненты μ_t условно на информации по всей выборке при фиксированных значениях параметров на уровне оценки максимального правдоподобия. Доверительный интервал отражает неопределенность, связанную с фильтрацией, также при фиксированных значениях параметров.

Согласно полученным результатам, модель идентифицирует устойчиво высокие темпы роста ВВП в 4–5% в год (в зависимости от выбора периода оценки) в период восстановительного роста после кризиса 1998 года. Более высокие фактически достигнутые темпы роста до кризиса 2008 года объясняются интенсивным ростом нефтяных цен на рассматриваемом временном отрезке, что оказывало положительное влияние на реальный ВВП и другие макроэкономические показатели РФ.

Модель идентифицирует также значительное замедление трендового роста российской экономики, которое началось еще до

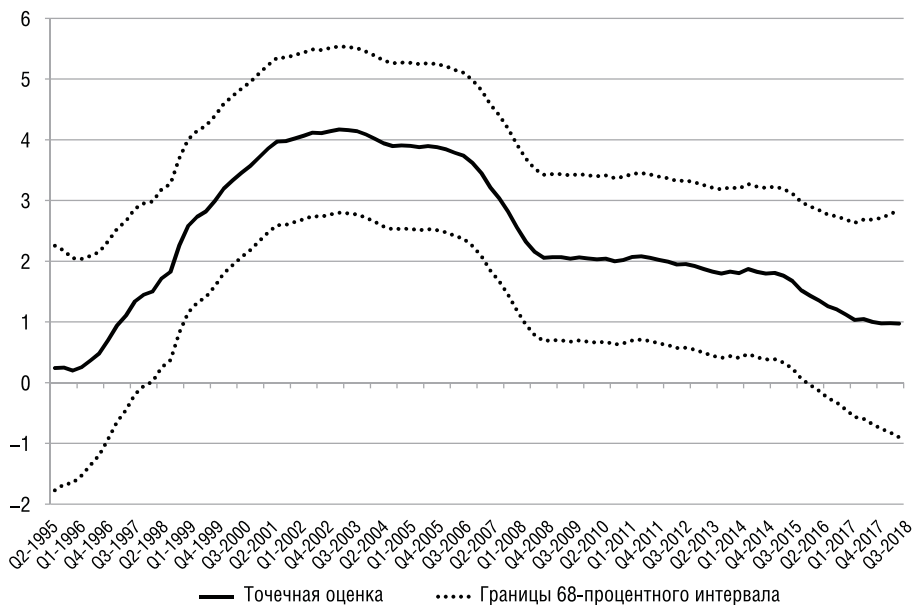


Рис. 2. Оценка темпов трендового роста для ВВП, 1995–2018 годы (% в год)

кризиса 2008 года, в конце 2006-го — начале 2007 года. После кризиса 2008 года темп трендового роста реального ВВП устойчиво находился на уровне 2% в год. Однако после кризиса 2014-го темп трендового роста снова начал снижаться, и к началу 2019 года его значение составило 1% в год, что можно интерпретировать воздействием санкций и внешнеполитической неопределенности.

Названные факторы ограничивают возможности финансирования инвестиционных проектов в отечественной экономике за счет привлечения средств за рубежом, в том числе увеличивают стоимость зарубежных займов, сдерживают приток прямых иностранных инвестиций. Соответственно, если санкции и внешнеполитическая неопределенность оказываются не кратковременным, а весьма долгосрочным фактором, они на продолжительный период могут снизить норму инвестирования, которая является положительной детерминантой темпов долгосрочного роста в базовых моделях эндогенного роста, например в модели АК [Acemoglu, 2009. Ch. 11]. Санкции могут также ограничивать возможности роста за счет имитации технологий и сдерживать инновационную активность.

Определенную роль в замедлении трендового роста может играть и низкий агрегированный спрос. Как отмечается в работе [Ball, 2014], обычно в макроэкономическом анализе предполагается, что колебания в спросе не оказывают влияния на потенциа-

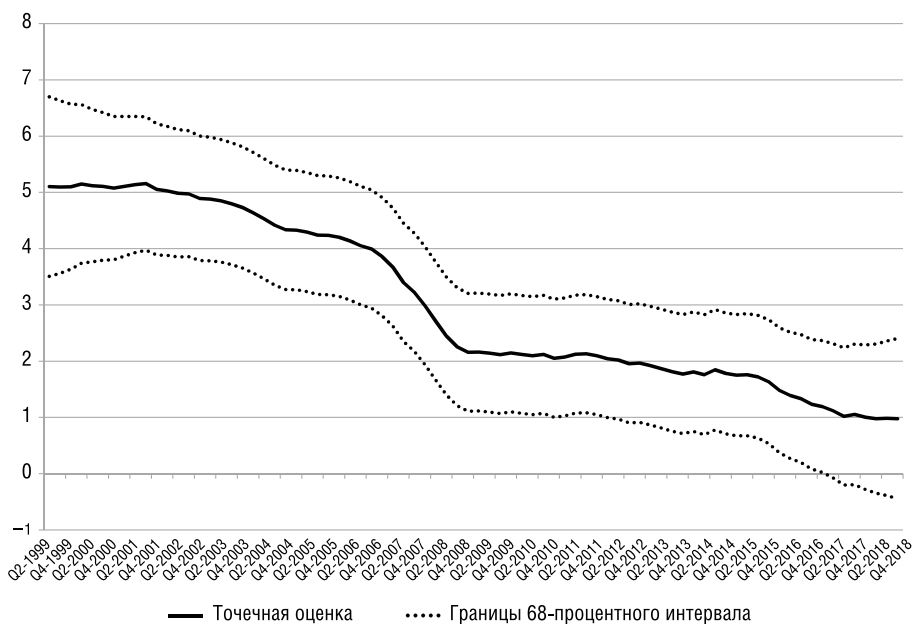


Рис. 3. Оценка темпов трендового роста для ВВП, 1999–2018 годы (% в год)

ный уровень ВВП, что после спада, вызванного снижением спроса, выпуск возвращается к уровню, который был бы в отсутствие шока. Однако, по оценкам Лоренса Болла, в результате великой рецессии 2008–2009 годов возник долгосрочный ущерб для потенциального выпуска стран ОЭСР и для некоторых стран снизился темп долгосрочного роста [Ball, 2014]. Снижение спроса на продолжительное время может дестимулировать накопление капитала и подорвать активность в сфере инновационной деятельности.

В случае российской экономики фактор внешнеполитической неопределенности может отрицательно влиять на потребление домохозяйств из-за мотива предосторожности. В последние годы наблюдается также достаточно жесткая фискальная политика, при которой высокая доля бюджетных доходов от налогообложения нефтедобывающего сектора сберегается в рамках бюджетного правила. Такая фискальная политика вкупе с санкциями может оказывать серьезное сдерживающее влияние на агрегированный спрос в экономике. В период бурного роста цен на нефть — до 2008 года — значительная доля нефтяных сверхдоходов тоже сберегалась, но сектор коммерческих банков при этом активно заимствовал на внешнем рынке (государственные сбережения могли восприниматься зарубежными финансовыми институтами в виде «залогового обеспечения») и кредитовал население, что стимулировало агрегированный спрос. В текущей экономической ситуа-

ции возможность заимствования за рубежом и кредитования населения коммерческими банками ограничена.

В свою очередь, ожидания, что агрегированный спрос будет оставаться низким продолжительное время в будущем, могут отрицательно воздействовать на инвестиционную и инновационную активность фирм и тем самым замедлять темпы трендового роста.

Проанализируем далее робастность полученных результатов по оценке траектории трендового роста к выбору прокси-переменной для условий торговли. Использование реальных цен на нефть в качестве прокси-переменной в целом принято как стандарт в отечественной литературе и имеет свои достоинства и недостатки. Естественный недостаток этого варианта состоит в том, что не используется информация о динамике цен других составляющих российского экспорта, а также о динамике цен импортируемой продукции. При этом контрактные российские цены на поставку нефти в зарубежные страны могут существенно отличаться от мировых.

Достоинство же заключается в том, что при использовании мировых цен на нефть в качестве прокси-переменной условий торговли учитывается наличие информационного канала. Так, если динамика контрактных экспортных цен на нефть обладает некоторой инерционностью, то неожиданное изменение мировых цен может выступать сигналом для будущего изменения условий торговли, то есть макроэкономические показатели могут реагировать на шоки цен на нефть даже при неизменных условиях торговли в текущем квартале.

В качестве альтернативной прокси-переменной для условий торговли рассмотрим отношение дефлятора экспорта к дефлятору импорта РФ, динамика которого сопоставляется с ценами на нефть на рис. 4. Как показано на графике, амплитуда изменения у отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта меньше, чем у цен на нефть, но динамика данных временных рядов очень близка (с точностью до сжатия). Следовательно, можно ожидать большую эластичность ВВП России по относительным ценам, чем по ценам на нефть.

Оценки параметров ARX-модели с показателем отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта в качестве прокси-переменной для условий торговли представлены в табл. 2. Согласно результатам оценивания долгосрочная эластичность ВВП по относительным ценам экспорта к импорту составляет примерно 0,15, то есть при перманентном увеличении относительных цен на 10% ВВП увеличивается на 1,5%.

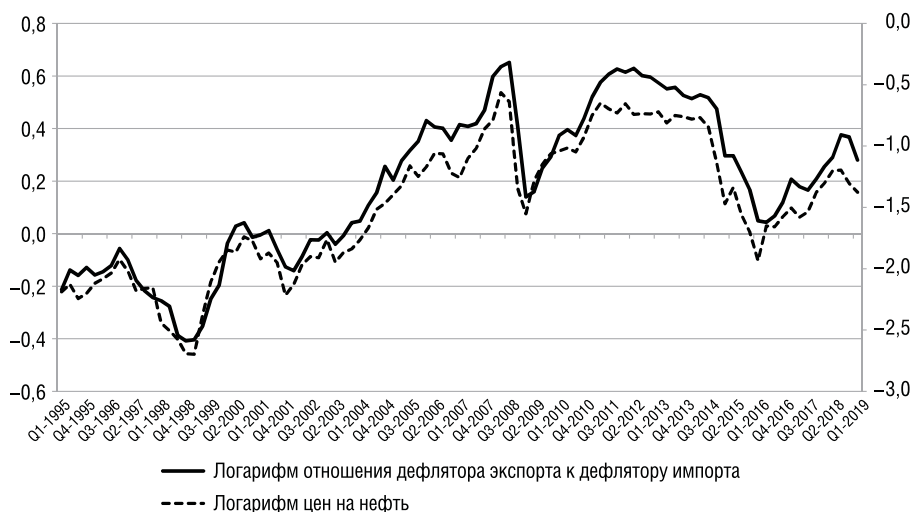


Рис. 4. Отношение дефлятора экспорта к дефлятору импорта (левая ось) и цены на нефть (правая ось), 1995–2019 годы

Т а б л и ц а 2

Оценка параметров модели ARX с двумя лагами для ВВП

	α_1	α_2	β_0	β_1	β_2	σ_u	σ_ε
<i>Период оценки — с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го</i>							
Точечная оценка	0,237	0,002	0,120	0,023	-0,032	0,159	1,203
Стандартная ошибка	0,127	0,036	0,021	0,027	0,021	0,109	0,100
t-статистика	1,860	0,070	5,651	0,878	-1,474	1,458	11,991
<i>Период оценки — с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го</i>							
Точечная оценка	0,240	0,022	0,107	0,031	-0,033	0,117	0,823
Стандартная ошибка	0,134	0,043	0,016	0,021	0,017	0,069	0,072
t-статистика	1,793	0,512	6,824	1,443	-1,935	-1,696	11,367

На рис. 5 и 6 представлены траектории темпов трендового роста в модели с показателем отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта в качестве условий торговли. Как показано на рисунках, результаты достаточно близки к предыдущему варианту оценивания. Во время восстановительного роста после кризиса 1998 года оценка темпов трендового роста также составляет 4–5% в год (в зависимости от выбора периода оценки). В текущих экономических условиях модель оценивает темпы трендового роста в 0,8–0,9% в год, что немного меньше, чем в предыдущем варианте модели с ценами на нефть в качестве прокси-переменной условий торговли.

В качестве третьего подхода к оценке траектории трендового роста рассмотрим модель Кларка [Clark, 1987], специфицированную в рамках уравнений (7)–(10). В этой модели траектория трендового роста оценивается только на основе динамики ВВП,

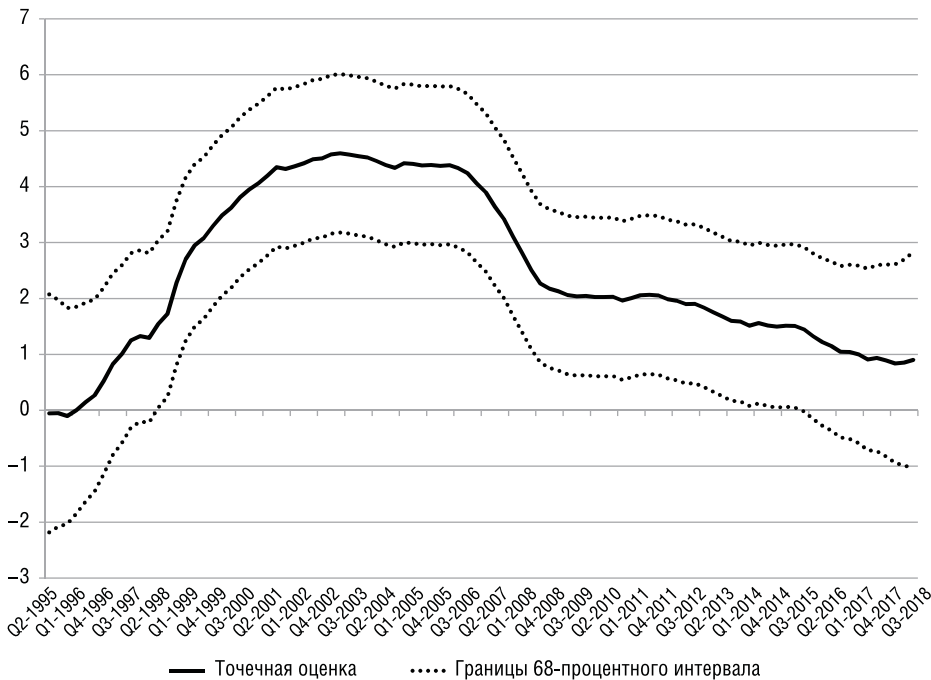


Рис. 5. Оценка темпов трендового роста для ВВП, 1995–2018 годы (% ВВП)

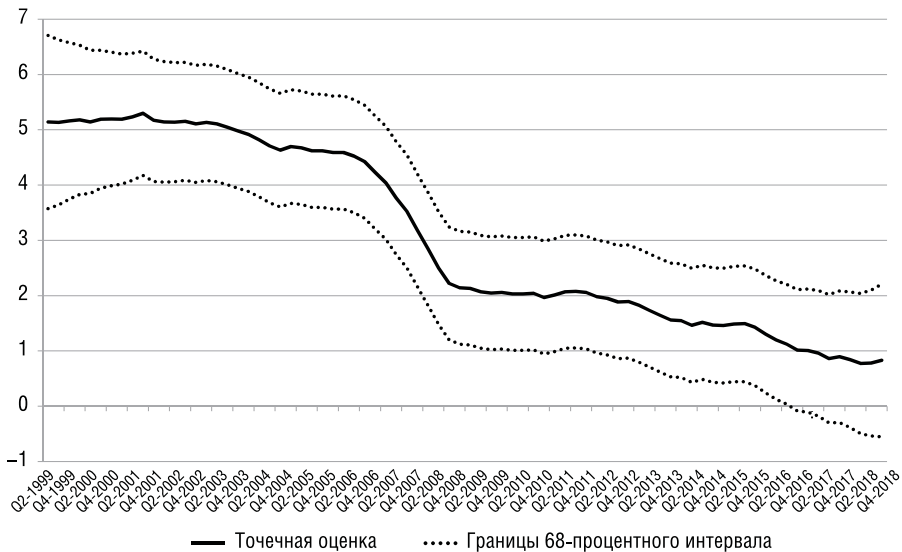


Рис. 6. Оценка темпов трендового роста для ВВП, 1999–2018 годы (% в год)

никакая дополнительная информация не используется. Результаты оценки параметров представлены в табл. 3, траектории темпов трендового роста — на рис. 7 и 8.

Т а б л и ц а 3

Оценка параметров модели Кларка для ВВП

	ρ_1	ρ_2	σ_u	σ_η	σ_ζ
<i>Период оценки — с I квартала 1995-го по I квартал 2019-го</i>					
Точечная оценка	1,360	-0,508	0,238	0,558	1,195
Стандартная ошибка	0,177	0,180	0,094	0,613	0,342
t-статистика	7,696	-2,817	2,536	0,911	3,487
<i>Период оценки — с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го</i>					
Точечная оценка	1,417	-0,538	0,156	0,000	1,055
Стандартная ошибка	0,105	0,098	0,065	0,639	0,091
t-статистика	13,479	-5,507	2,389	0,000	11,662

Модель Кларка [Clark, 1987] дает более изменчивую во времени траекторию темпов трендового роста, чем модель ARX, что следует как из более высоких оценок параметра σ_u , так и из визуального анализа графиков. Эта модель по сравнению с ARX-моделью получает более высокие оценки темпов трендового роста после кризиса 1998 года, поскольку в модели Кларка не принимается во внимание воздействие условий торговли на ВВП и более низкие оценки темпов трендового роста в текущей экономической ситуации. При оценивании модели на данных за период с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го точечная оценка темпов трендового роста в I квартале 2019-го составляет примерно 0,6% в год, при оценивании на данных за период с I квартала 1995 года по I квартал 2019-го — примерно 0,5% в год.

В заключение эмпирического анализа динамики ВВП целесообразно сделать выбор в пользу итоговой спецификации модели для ВВП на основе какого-либо критерия. Сравнение моделей будем проводить на основе среднеквадратичной ошибки (RMSE) псевдовневыборочного прогноза на один шаг вперед на последних двадцати наблюдениях, в том числе включающих кризис 2014 года. Параметры модели переоценивались при добавлении каждого дополнительного наблюдения.

При оценивании на данных за период с I квартала 1995 года в модели ARX с ценами на нефть RMSE составил 0,829, в модели ARX с относительными ценами экспорта к импорту — 0,920, в модели Кларка — 1,01. При оценивании на данных за период с I квартала 1999 года в модели ARX с ценами на нефть RMSE составил 0,921, в модели ARX с относительными ценами экспорта к импорту — 0,898, в модели Кларка — 1,05. Как можно видеть, использование цен на нефть или относительных цен экспорта к импорту существенно улучшает прогноз по сравнению с более про-



Рис. 7. Оценка темпов трендового роста для ВВП в модели Кларка, 1995-2018 годы (% в год)

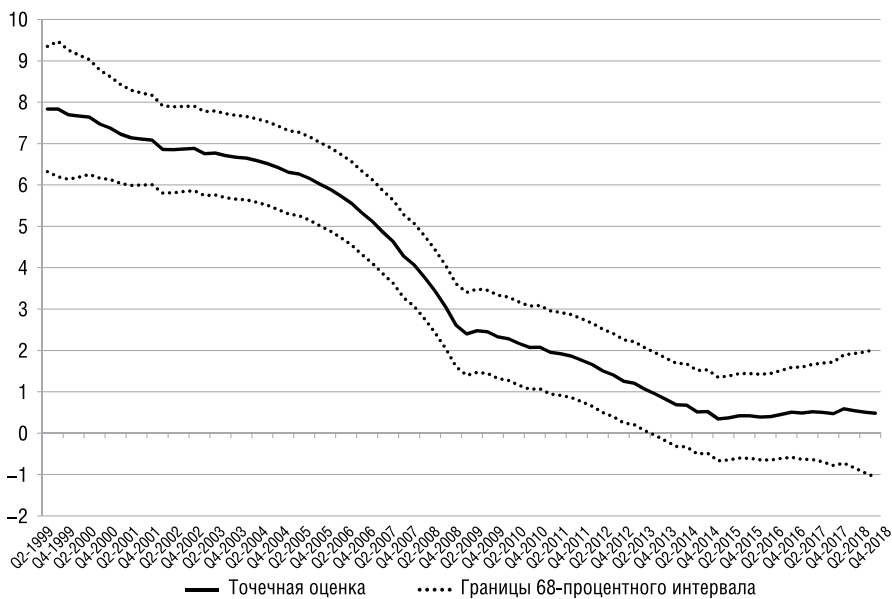


Рис. 8. Оценка темпов трендового роста для ВВП в модели Кларка, 1999-2018 годы (% в год)

стой моделью ненаблюдаемых компонент. Наилучшей моделью в поставленном эксперименте оказалась ARX-модель с ценами на нефть, оцененная на данных за период с 1995 года. Напомним, что точечная оценка в такой спецификации темпов трендового роста в настоящее время составляет 1% в год.

3. Эконометрические оценки для потребления домохозяйств и валового накопления капитала

В этой части работы проанализируем робастность полученных оценок темпов трендового роста российской экономики к выбору макроэкономического индикатора, на базе которого производится оценивание. В качестве альтернативных макроэкономических показателей мы рассмотрели реальное потребление домохозяйств и валовое накопление основного капитала. Для краткости изложения приводим оценки только наилучшей модели с точки зрения минимизации среднеквадратичной ошибки псевдовневыборочного прогноза на последних двадцати наблюдениях. И для потребления, и для валового накопления лучшей моделью оказалась ARX с ценами на нефть, оцененная на данных за период с 1999 года.

Результаты оценки спецификации приведены в табл. 4. Как и ранее, на основе оценок параметров модели можно рассчитать долгосрочные эластичности потребления и инвестиций по ценам на нефть по формуле $(\beta_0 + \beta_1 + \beta_2)/(1 - \alpha_1 - \alpha_2)$. Оценка долгосрочной эластичности потребления составила 0,13, валового накопления основного капитала — 0,20. Таким образом, изменение цен на нефть в долгосрочной перспективе сильнее всего влияет на инвестиции, далее — на потребление домохозяйств, наименьшее воздействие приходится на ВВП. Однако долгосрочные эластичности ВВП и потребления оказываются близки.

На рис. 9 и 10 представлены оценки траектории темпов трендового роста для потребления и валового накопления основного капитала соответственно. Полученные траектории демонстрируют весьма схожую динамику с оценкой для темпов роста в окрест-

Т а б л и ц а 4

Оценка параметров модели с двумя лагами для реального потребления домохозяйств и реального валового накопления основного капитала с I квартала 1999 года по I квартал 2019-го

	α_1	α_2	β_0	β_1	β_2	σ_u	σ_ε
<i>Реальное потребление домохозяйств</i>							
Точечная оценка	0,185	0,099	0,036	0,037	0,021	0,162	1,394
Стандартная ошибка	0,120	0,096	0,011	0,012	0,012	0,094	0,118
t-статистика	1,548	1,025	3,153	3,010	1,764	1,718	11,778
<i>Реальное валовое накопление основного капитала</i>							
Точечная оценка	0,171	-0,007	0,067	0,054	0,046	0,172	2,574
Стандартная ошибка	0,116	0,085	0,021	0,021	0,022	0,143	0,214
t-статистика	1,478	-0,079	3,207	2,548	2,083	1,208	12,024

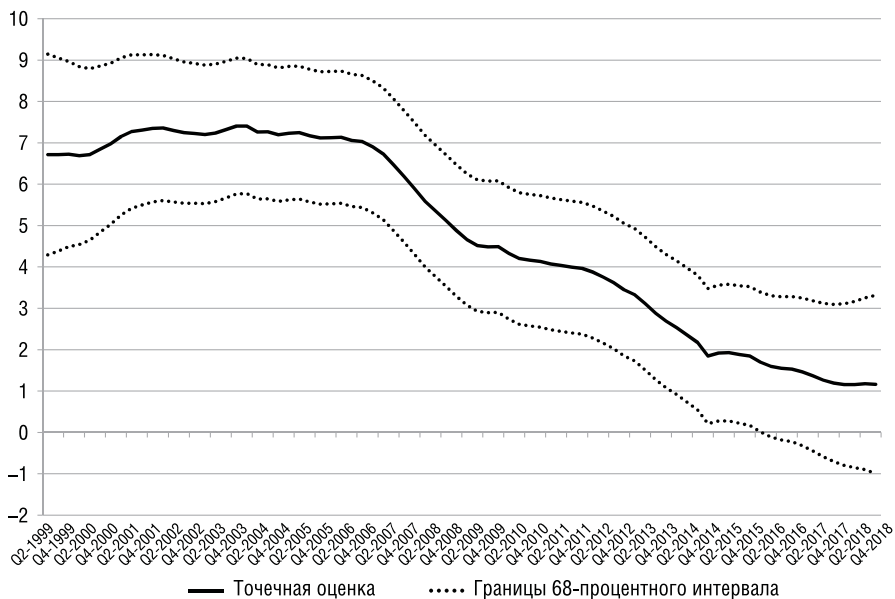


Рис. 9. Оценка темпов трендового роста для реального потребления домохозяйств в ARX-модели с ценами на нефть, 1999–2018 годы (% в год)

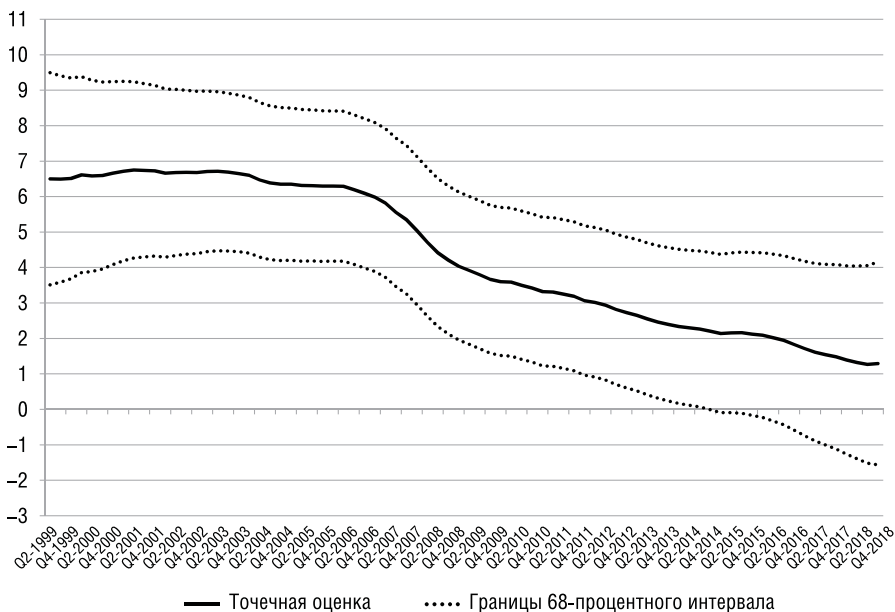


Рис. 10. Оценка темпов трендового роста для реального валового накопления в ARX-модели с ценами на нефть, 1999–2018 годы (% в год)

ности 7% в год после кризиса 1998 года и со снижением трендовых темпов роста приблизительно до 1% в год. Таким образом, на основе статистического анализа временных рядов потребления

домохозяйств и валового накопления основного капитала мы получили оценку темпов трендового роста в текущей экономической ситуации, равную приблизительно 1% в год, что полностью согласуется с анализом динамики реального ВВП.

Заключение

В работе предложена новая ARX-модель для описания российских макроэкономических временных рядов с меняющимся во времени параметром трендового роста, коэффициенты которой оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия с использованием фильтра Калмана. Модель применена для оценки траектории темпов трендового роста на основе данных по ВВП, потреблению домохозяйств и валовому накоплению основного капитала. В качестве экзогенной переменной использовались реальные цены на нефть и временной ряд отношения дефлятора экспорта к дефлятору импорта. В эксперименте псевдовневыборочного прогнозирования модель ARX была противопоставлена более простой модели Кларка [Clark, 1987], в которой не учитывается влияние на отечественную экономику изменений внешнеэкономической конъюнктуры, и продемонстрировала более высокую прогнозную силу, что актуализирует ее использование для решения практических задач.

ARX-модель идентифицирует устойчиво высокие темпы трендового роста ВВП в 4–5% в год в период восстановительного роста после кризиса 1998 года. Более высокие фактически достигнутые темпы роста до кризиса 2008 года объясняются интенсивным ростом нефтяных цен на рассматриваемом временном отрезке, что оказывало положительное влияние на реальный ВВП и другие макроэкономические показатели РФ. Модель идентифицирует также, что значительное замедление трендового роста российской экономики началось еще до кризиса 2008 года, в конце 2006-го — начале 2007 года. После кризиса 2008 года темп трендового роста реального ВВП устойчиво находился на уровне 2% в год. Однако после кризиса 2014 года темп трендового роста снова начал снижаться, и к началу 2019-го его значение составило 1% в год (модель Кларка дает более низкие оценки темпов трендового роста — 0,5–0,6% в год). Данные по потреблению и валовому накоплению также свидетельствуют в пользу однопроцентного трендового роста в настоящее время. Это еще раз подчеркивает необходимость выработки мер эко-

номической политики, направленных на стимулирование долгосрочного роста.

Наблюдаемое замедление трендового роста можно интерпретировать воздействием санкций и геополитической неопределенности. Эти факторы ограничивают возможности финансирования инвестиций в отечественную экономику за счет привлечения средств за рубежом, в том числе увеличивают стоимость зарубежных займов, сдерживают приток прямых иностранных инвестиций, то есть снижают норму инвестирования, которая является положительной детерминантой долгосрочных темпов роста в базовых моделях эндогенного роста. Санкции ограничивают возможности роста за счет имитации технологий, могут дестимулировать инновационную активность. Ожидания, что агрегированный спрос в РФ будет оставаться низким продолжительное время в будущем, также могут отрицательно воздействовать на инвестиционную и инновационную активность фирм и тем самым замедлять темпы трендового роста. Низкий агрегированный спрос может быть обусловлен как геополитической неопределенностью, что отрицательно влияет на потребление домохозяйств из-за мотива предосторожности, так и достаточно жестким бюджетным правилом.

Литература

1. Айвазян С. А., Бродский Б. Е. Макроэкономическое моделирование: подходы, проблемы, пример эконометрической модели российской экономики // Прикладная эконометрика. 2006. Т. 2. № 2. С. 85–111.
2. Апокин А., Белоусов Д., Голощапова И., Ипатов И., Солнцев О. О фундаментальных недостатках современной денежно-кредитной политики // Вопросы экономики. 2014. № 12. С. 80–100.
3. Дубовский Д. Л., Кофанов Д. А., Сосунов К. А. Датировка российского бизнес-цикла // Экономический журнал ВШЭ. 2015. Т. 19. № 4. С. 554–575.
4. Ивантер В. В., Порфирьев Б. Н., Широков А. А. Экономический рост и экономическая политика в России // ЭКО. 2014. Т. 44. № 2. С. 55–69.
5. Идрисов Г., Синельников-Мурылев С. Формирование предпосылок долгосрочного роста: как их понимать? // Вопросы экономики. 2014. № 3. С. 4–20.
6. Кудрин А., Гурвич Е. Новая модель роста для российской экономики // Вопросы экономики. 2014. № 12. С. 4–36.
7. Мау В. А. Национальные цели и модель экономического роста: новое в социально-экономической политике России в 2018–2019 гг. // Вопросы экономики. 2019. № 3. С. 5–28.
8. Орлова Н., Егиев С. Структурные факторы замедления роста российской экономики // Вопросы экономики. 2015. № 12. С. 69–84.
9. Полбин А. В. Оценка влияния шоков нефтяных цен на российскую экономику в векторной модели коррекции ошибок // Вопросы экономики. 2017. № 10. С. 27–49.

10. Синельников-Мурылев С., Дробышевский С., Казакова М. Декомпозиция темпов роста ВВП России в 1999–2014 годах // Экономическая политика. 2014. Т. 9. № 5. С. 7–37.
11. Acemoglu D. Introduction to Modern Economic Growth. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2009.
12. Alquist R., Kilian L., Vigfusson R. J. Forecasting the Price of Oil // Handbook of Economic Forecasting. 2013. Vol. 2. P. 427–507.
13. Antolin-Diaz J., Drechsel T., Petrella I. Tracking the Slowdown in Long-Run GDP Growth // Review of Economics and Statistics. 2017. Vol. 99. No 2. P. 343–356.
14. Ball L. M. Long-Term Damage from the Great Recession in OECD Countries. NBER Working Paper. No 20185. 2014.
15. Benati L. Drift and Breaks in Labor Productivity // Journal of Economic Dynamics and Control. 2007. Vol. 31. No 8. P. 2847–2877.
16. Clark P. K. The Cyclical Component of U.S. Economic Activity // The Quarterly Journal of Economics. 1987. Vol. 102. No 4. P. 797–814.
17. Cogley T., Nason J. M. Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series Implications for Business Cycle Research // Journal of Economic Dynamics and Control. 1995. Vol. 19. No 1–2. P. 253–278.
18. Edge R. M., Kiley M. T., Laforte J. P. Natural Rate Measures in an Estimated DSGE Model of the U.S. Economy // Journal of Economic Dynamics and Control. 2008. Vol. 32. No 8. P. 2512–2535.
19. Glocker C., Wegmueller P. International Evidence of Time-Variation in Trend Labor Productivity Growth // Economics Letters. 2018. Vol. 167(C). P. 115–119.
20. Hamilton J. D. Time Series Analysis. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.
21. Hamilton J. D. Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter // Review of Economics and Statistics. 2018. Vol. 100. No 5. P. 831–843.
22. Harvey A. Modelling the Phillips Curve with Unobserved Components // Applied Financial Economics. 2011. Vol. 21. No 1–2. P. 7–17.
23. Harvey A. C. Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series // Journal of Business & Economic Statistics. 1985. Vol. 3. No 3. P. 216–227.
24. Harvey A. C., Jaeger A. Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle // Journal of Applied Econometrics. 1993. Vol. 8. No 3. P. 231–247.
25. Hodrick R., Prescott E. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation // Journal of Money, Credit and Banking. 1997. Vol. 29. No 1. P. 1–16.
26. Kuboniwa M. A. Comparative Analysis of the Impact of Oil Prices on Oil-Rich Emerging Economies in the Pacific Rim // Journal of Comparative Economics. 2014. Vol. 42. No 2. P. 328–339.
27. Morley J. C., Nelson C. R., Zivot E. Why Are the Beveridge-Nelson and Unobserved-Components Decompositions of GDP So Different? // Review of Economics and Statistics. 2003. Vol. 85. No 2. P. 235–243.
28. Perron P., Wada T. Let's Take a Break: Trends and Cycles in US Real GDP // Journal of Monetary Economics. 2009. Vol. 56. No 6. P. 749–765.
29. Rautava J. The Role of Oil Prices and the Real Exchange Rate in Russia's Economy—a Cointegration Approach // Journal of Comparative Economics. 2004. Vol. 32. No 2. P. 315–327.
30. Stock J. H., Watson M. W. Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time-Varying Parameter Model // Journal of the American Statistical Association. 1998. Vol. 93. No 441. P. 349–358.
31. Watson M. W. Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends // Journal of Monetary Economics. 1986. Vol. 18. No 1. P. 49–75.
32. Zubarev A. V., Trunin P. V. The Analysis of the Dynamics of the Russian Economy Using the Output Gap Indicator // Studies on Russian Economic Development. 2017. Vol. 28. No 2. P. 126–132.

Andrey V. POLBIN, Cand. Sci. (Econ.). Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (82, Vernadskogo pr., 117517, Moscow, Russian Federation); Gaidar Institute for Economic Policy (3–5, Gazetny per., 125009, Moscow, Russian Federation).
E-mail: apolbin@iep.ru

Estimating Time-Varying Long-Run Growth Rate of Russian GDP in the ARX Model with Oil Prices

Abstract

The paper estimates the path of trend growth rates for Russian GDP based on an autoregressive model with exogenous variables and with a time-varying parameter of trend growth, which, by assumption, is described by a random walk process. In conditions of a high dependence of the Russian economy on commodity exports, terms of trade are used as a control exogenous variable for GDP dynamics. For the purpose of econometric estimation, the ARX model is presented as an unobserved components model and estimated using the maximum likelihood method with the Kalman filter applied. It is shown that in the first half of the 2000s the trend growth rate was at 4%, which can be interpreted as recovery growth after a transformational recession. The higher growth rates actually achieved during this period are explained by the intensive growth of world oil prices. Later, the potential for recovery growth was exhausted, and after the crisis of 2008 the rates of trend growth were remaining at the level of 2% per year for a long period of time. However, following the 2014 crisis, trend growth rates began to decline steadily, and had reached about 1% per year by the beginning of 2019, which can be interpreted as the impact of sanctions and geopolitical uncertainty on the economic development of the Russian Federation. The results of an econometric analysis of the model on household consumption and investment data also suggest that the trend growth rate is approximately 1% per year at present.

Keywords: time-varying parameters model, long-run growth of GDP, Russian economy, oil prices, terms of trade, investment, consumption.

JEL: C01, C13, C32, C51, E23.

References

1. Aivazian S., Brodsky B. Makroekonomicheskoe modelirovanie: podkhody, problemy, primer ekonometricheskoy modeli rossiyskoy ekonomiki [Macroeconomic Modeling: Modern Trends, Problems, an Example of the Econometric Model of the Russian Economy]. *Prikladnaya ekonomika [Applied Econometrics]*, 2006, vol. 2, no. 2, pp. 85-111.
2. Apokin A., Belousov D., Goloshchapova I., Ipatova I., Solntsev O. O fundamental'nykh nedostatках sovremennoy denezhno-kreditnoy politiki [On the Fundamental Deficiencies of Current Monetary Policy]. *Voprosy ekonomiki*, 2014, no. 12, pp. 80-100.
3. Dubovskiy D. L., Kofanov D. A., Sosunov K. A. Datirovka rossiyskogo biznes-tsikla [Dating of the Russian Business Cycle]. *Ekonomicheskii zhurnal VShE [HSE Economic Journal]*, 2015, vol. 19, no. 4, pp. 554-575.
4. Ivanter V. V., Porfirev B. N., Shirov A. A. Ekonomicheskii rost i ekonomicheskaya politika v Rossii [Economic Growth and Economic Policy in Russia]. *EKO [ECO]*, 2014, vol. 44, no. 2, pp. 55-69.

5. Idrisov G., Sinelnikov-Murylev S. Formirovanie predposylok dolgosrochnogo rosta: kak ikh ponimat' [Forming Sources of Long-Run Growth: How to Understand Them?]. *Voprosy ekonomiki*, 2014, no. 3, pp. 4-20.
6. Kudrin A., Gurvich E. Novaya model' rosta dlya rossiyskoy ekonomiki [A New Growth Model for the Russian Economy]. *Voprosy ekonomiki*, 2014, no. 12, pp. 4-36.
7. Mau V. A. Natsional'nye tseli i model' ekonomicheskogo rosta: novoe v sotsial'no-ekonomicheskoy politike Rossii v 2018-2019 gg. [National Goals and Model of Economic Growth: New in the Russian Socio-Economic Policy of 2018-2019]. *Voprosy ekonomiki*, 2019, no. 3, pp. 5-28.
8. Orlova N., Egiev S. Strukturnye faktory zamedleniya rosta rossiyskoy ekonomiki [Structural Factors of Russian Economic Slowdown]. *Voprosy ekonomiki*, 2015, no. 12, pp. 69-84.
9. Polbin A. V. Otsenka vliyaniya shokov neftnyanykh tsen na rossiyskuyu ekonomiku v vektornoy modeli korrektsii oshibok [Econometric Estimation of the Impact of Oil Prices Shock on the Russian Economy in VECM Model]. *Voprosy ekonomiki*, 2017, no. 10, pp. 27-49.
10. Sinelnikov-Murylev S., Drobyshevskiy S., Kazakova M. Dekompozitsiya tempov rosta VVP Rossii v 1999-2014 godakh [Decomposition of Russian GDP Growth Rates in 1999-2014]. *Ekonomicheskaya politika [Economic Policy]*, 2014, vol. 9, no. 5, pp. 7-37.
11. Acemoglu D. *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 2009.
12. Alquist R., Kilian L., Vigfusson R. J. Forecasting the Price of Oil. *Handbook of Economic Forecasting*, 2013, vol. 2, pp. 427-507.
13. Antolin-Diaz J., Drechsel T., Petrella I. Tracking the Slowdown in Long-Run GDP Growth. *Review of Economics and Statistics*, 2017, vol. 99, no. 2, pp. 343-356.
14. Ball L. M. Long-Term Damage from the Great Recession in OECD Countries. *NBER Working Paper*, no. 20185, 2014.
15. Benati L. Drift and Breaks in Labor Productivity. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2007, vol. 31, no. 8, pp. 2847-2877.
16. Clark P. K. The Cyclical Component of U.S. Economic Activity. *The Quarterly Journal of Economics*, 1987, vol. 102, no. 4, pp. 797-814.
17. Cogley T., Nason J. M. Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series Implications for Business Cycle Research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1995, vol. 19, no. 1-2, pp. 253-278.
18. Edge R. M., Kiley M. T., Laforte J. P. Natural Rate Measures in an Estimated DSGE Model of the U.S. Economy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2008, vol. 32, no. 8, pp. 2512-2535.
19. Glocker C., Wegmueller P. International Evidence of Time-Variation in Trend Labor Productivity Growth. *Economics Letters*, 2018, vol. 167(C), pp. 115-119.
20. Hamilton J. D. *Time Series Analysis*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 1994.
21. Hamilton J. D. Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter. *Review of Economics and Statistics*, 2018, vol. 100, no. 5, pp. 831-843.
22. Harvey A. Modelling the Phillips Curve with Unobserved Components. *Applied Financial Economics*, 2011, vol. 21, no. 1-2, pp. 7-17.
23. Harvey A. C. Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series. *Journal of Business & Economic Statistics*, 1985, vol. 3, no. 3, pp. 216-227.
24. Harvey A. C., Jaeger A. Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle. *Journal of Applied Econometrics*, 1993, vol. 8, no. 3, pp. 231-247.
25. Hodrick R., Prescott E. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 1997, vol. 29, no. 1, pp. 1-16.
26. Kuboniwa M. A Comparative Analysis of the Impact of Oil Prices on Oil-Rich Emerging Economies in the Pacific Rim. *Journal of Comparative Economics*, 2014, vol. 42, no. 2, pp. 328-339.
27. Morley J. C., Nelson C. R., Zivot E. Why Are the Beveridge-Nelson and Unobserved-Components Decompositions of GDP So Different? *Review of Economics and Statistics*, 2003, vol. 85, no. 2, pp. 235-243.

28. Perron P., Wada T. Let's Take a Break: Trends and Cycles in US Real GDP. *Journal of Monetary Economics*, 2009, vol. 56, no. 6, pp. 749-765.
29. Rautava J. The Role of Oil Prices and the Real Exchange Rate in Russia's Economy - a Cointegration Approach. *Journal of Comparative Economics*, 2004, vol. 32, no. 2, pp. 315-327.
30. Stock J. H., Watson M. W. Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time-Varying Parameter Model. *Journal of the American Statistical Association*, 1998, vol. 93, no. 441, pp. 349-358.
31. Watson M. W. Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends. *Journal of Monetary Economics*, 1986. vol. 18, no. 1, pp. 49-75.
32. Zubarev A. V., Trunin P. V. The Analysis of the Dynamics of the Russian Economy Using the Output Gap Indicator. *Studies on Russian Economic Development*, 2017, vol. 28, no. 2, pp. 126-132.